

**Условия задач первого тура олимпиады
по математике, информатике и криптографии**

Задачи для учащихся 5-6 классов (начальная олимпиада)

1. Имеются четыре одинаковых на вид камня, весом 1000 г, 1001 г, 1002 г, 1004 г, а также одночашечные весы со стрелкой, показывающие вес положенного на чашку груза. Как за два взвешивания найти камень весом 1000 г?
2. Какое наименьшее число шашек можно расставить на шахматной доске 8×8 так, чтобы в каждом ее столбце стояло нечетное число шашек, а в каждой строке – четное ненулевое количество шашек? (В каждой клетке может стоять не более одной шашки.) Помните, что необходимо не только привести вариант расстановки, но и объяснить, почему нельзя обойтись меньшим числом шашек.
3. Увлечшись бегом трусцой, Ярослав Борисович подговорил своего друга Игната Михайловича совершать небольшие пробежки по периметру круглого стадиона гимназии № 2022. Во время одной такой пробежки они заметили, что бегают они всегда равномерно и в одном направлении, причем Ярослав Борисович пробегает полный круг на 3 минуты быстрее, чем Игнат Михайлович. Время между их последовательными встречами равно 18 минутам. Определите время, за которое Ярослав Борисович пробегает один круг. Ответ обоснуйте.
4. Существует ли такое целое число, которое при зачеркивании первой цифры уменьшается в 2022 раза? (Примечание: в условии подразумевается, что после зачеркивания незначащие нули в начале получаемого числа отбрасываются, например, число 100123 превращается в 123).
5. В клетках прямоугольной таблицы 4×5 (4 строчки и 5 столбцов) расставлены цифры. Из цифр каждого столбца и из цифр каждой строки составили числа — всего получилось 9 чисел (например, если строчка заполнена цифрами следующими цифрами: 1, 8, 3, 4, 2, то могут быть составлены следующие числа: 18342, 13248, 32184 и т.п.). Может ли быть так, что ровно 8 из них делятся на три? Ответ обоснуйте.
6. Восстановите числовой пример (одинаковые цифры зашифрованы одинаковыми буквами, а разные – разными):

$$\begin{array}{r}
 \text{Л О С И} \\
 \times \quad \quad \text{И К С} \\
 \hline
 \text{П А Р И С} \\
 + \text{П О Т О К} \\
 \text{Л О С И} \\
 \hline
 \text{С С С С С С}
 \end{array}$$

Как Вы думаете, найдется ли более одного ответа? Попробуйте ответ обосновать.

**Условия задач первого тура олимпиады
по математике, информатике и криптографии**

Задачи для учащихся 7-8 классов (подготовительная олимпиада)

- Увлечшись бегом трусцой, Ярослав Борисович подговорил своего друга Игната Михайловича совершать небольшие пробежки по периметру круглого стадиона гимназии № 2022. Во время одной такой пробежки они заметили, что бегают они всегда равномерно и в одном направлении, причем Ярослав Борисович пробегает полный круг на 3 минуты быстрее, чем Игнат Михайлович. Время между их последовательными встречами равно 18 минутам. Определите время, за которое Ярослав Борисович пробегает один круг.
- Существует ли такое целое число, которое при зачеркивании первой цифры уменьшается в 2022 раза? (Примечание: в условии подразумевается, что после зачеркивания незначащие нули в начале получаемого числа отбрасываются, например, число 100123 превращается в 123).
- В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен авиалиниями не более, чем с тремя другими, и из любого города можно попасть в любой другой, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее количество городов может быть в этом государстве?
- Петя и Вася играют в следующую игру. Петя загадывает некоторое число от 30000 до 60000, и говорит Васе остатки деления этого числа на 14, 15, 16 и 17. Может ли Вася однозначно определить, какое число загадал Вася?
- а) На доске 8×8 в углу расставлены 4 фишки в форме квадрата 2×2 . Любая фишка может прыгать через другую фишку на свободную клетку (по горизонтали, вертикали или диагонали). Можно ли за некоторое количество прыжков расставить фишки в форме такого же квадрата в каком-либо другом углу доски?
б) На доске 8×8 в углу расставлены 9 фишек в форме квадрата 3×3 . Любая фишка может прыгать через другую фишку на свободную клетку (по горизонтали, вертикали или диагонали). Можно ли за некоторое количество прыжков расставить фишки в форме такого же квадрата в каком-либо другом углу доски?
- В узлах сетки 3×2022 стоят красные точки (в каждой строчке – 2022 точки и в каждом столбце – 3 точки). Сколько можно провести прямых, проходящих ровно через 3 красные точки?
- При шифровании Незнайка каждую букву исходного текста заменяет на соответствующую букву из таблицы. Например, слово «ГДЕ» будет зашифровано с помощью следующей таблицы в слово «ВФЙ».

А	Б	В	Г	Д	Е	...	Э	Ю	Я
З	О	Я	В	Ф	Й		Ы	Ю	А

В первой строке таблицы размещены все буквы русского алфавита. Во второй строке – те же буквы, но в другом порядке.

Незнайка зашифровал сообщение с помощью некоторой таблицы и получил следующий текст (знаки препинания пропущены; пробелы служат лишь для удобного восприятия и не обозначают пробелы между словами; вышеприведенный пример никак не связан с таблицей, которую использовал Незнайка):

ЛЪАУЛ ВИУЛМ ГВЯВЛ ЬКЁЪЗ ГПЖЁЪ КЁУГТ ЧЛЫГТ УЗЮАУ ЭТУЁВ
СЧЗГП ЪЁЧРЛ ЪТЮГП МГУКГ ТМВЛЛ УЦТЁБ ГУГТЧ

Затем Незнайке зашифровал получившейся текст еще раз той же таблицей и получил следующий результат:

ЗЮЪБЗ МЧБЗН ХМПМЗ ЮАФЮР ХЪЯФЮ АФБХТ ЭЗЮХТ БРЫЬБ ЕТБФМ ГЭРХЪ
ШФЭЁЗ ЮТЫХЪ НХБАХ ТНМЗЗ БОТФК ХБХТЭ

Восстановите исходное сообщение.

**Условия задач первого тура олимпиады
по математике, информатике и криптографии**

Задачи для учащихся 9-10 классов (творческая олимпиада)

1. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, координаты x и y которых удовлетворяют неравенству $\sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-y^2} \geq xy$.

2. Решите уравнение

$$\left| \left| \left| \dots \left| \left| \left| |x| + 2022 \right| - 2021 \right| + 2020 \right| - 2019 \right| + \dots \right| + 2 \right| - 1 \right| = 1011$$

3. В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен авиалиниями не более, чем с тремя другими, и из любого города можно попасть в любой другой, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее количество городов может быть в этом государстве?
4. Окружность S_1 касается сторон угла ABC в точках A и C . Окружность S_2 касается прямой AC в точке C и проходит через точку B . M – вторая точка пересечения окружностей S_1 и S_2 . В каком отношении прямая AM делит отрезок BC ?
5. На доске 8×8 в углу расставлены 9 фишек в форме квадрата 3×3 . Любая фишка может прыгать через другую фишку на свободную клетку (по горизонтали, вертикали или диагонали). Можно ли за некоторое количество прыжков расставить фишки в форме такого же квадрата в каком-либо другом углу доски?
6. Существует ли такое натуральное число N , что если приписать его к самому себе, то получится полный квадрат?
7. При шифровании Незнайка каждую букву исходного текста заменяет на соответствующую букву из таблицы. Например, слово «ГДЕ» будет зашифровано с помощью следующей таблицы в слово «ВФЙ».

А	Б	В	Г	Д	Е	...	Э	Ю	Я
З	О	Я	В	Ф	Й		Ы	Ю	А

В первой строке таблицы размещены все буквы русского алфавита. Во второй строке – те же буквы, но в другом порядке.

Незнайка зашифровал сообщение с помощью некоторой таблицы и получил следующий текст (знаки препинания пропущены; пробелы служат лишь для удобного восприятия и не обозначают пробелы между словами; вышеприведенный пример никак не связан с таблицей, которую использовал Незнайка):

ЛЪАУЛ ВИУЛМ ГВЯВЛ ЬКЕЪЗ ГПЖЕЪ КЕУГТ ЧЛЪГТ УЗЮАУ ЭТУЕВ
СЧЗГП ЬЕЧРЛ ЪТЮГП МГУКГ ТМВЛЛ УЩТЕЪ ГУГТЧ

Затем Незнайке зашифровал получившейся текст еще раз той же таблицей и получил следующий результат:

ЗЮЕЪЗ МЧЕЪН ХМПМЗ ЮАФЮР ХЪЯФЮ АФБХТ ЭЗЮХТ БРЫЕЪ ЕТБФМ ГЭРХЪ
ШФЭЕЪ ЮТЫХЪ НХБАХ ТНМЗЗ БОТФК ХБХТЭ

Восстановите исходное сообщение.

Восстановите исходное сообщение.