

РЕШЕНИЯ

Вариант 13 (Решения тестовых заданий)

1. Если число 75 составляет 100%, то число 57 составит $\frac{57 \cdot 100}{75} = 76\%$. Поэтому число 57 меньше числа 75 на $100 - 76 = 24\%$.

Ответ: 5) 24.

2. Для четвертой и пятой функций точка $x = 4$ является точкой максимума, а для второй и третьей вообще не является точкой экстремума.

Ответ: 1) $y = x^2 - 8x + 17$.

3. Раскрывая модуль, имеем два случая: 1) $x \geq 1$. Тогда система принимает вид $\begin{cases} x + y = 4, \\ x + 3y = 6, \end{cases}$ откуда $x = 3, y = 1 \Rightarrow x + y = 4$; 2) $x < 1$. Тогда имеем систему $\begin{cases} -x + y = 2, \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ и $x = 0, y = 2 \Rightarrow x + y = 2$.

Ответ: 2) 2.

4. Так как $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$, то, образуя в правой части 0 и раскладывая получившуюся левую на множители, имеем: $2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} - 1 \right) = 0$, откуда $x = 360^\circ \cdot n, n \in Z$ и $x = 180^\circ + 720^\circ \cdot k, k \in Z$. Указанному промежутку принадлежат корни $x = 180^\circ$ и $x = 360^\circ$. Тогда их сумма равна $180 + 360 = 540^\circ$.

Ответ: 3) 540.

5. Пусть расстояние от A до B равно S (км), скорость теплохода в стоячей воде – $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость течения (она же – скорость плота) – $y \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Тогда условие задачи

приводит к системе $\begin{cases} x + y = \frac{S}{3}, \\ x - y = \frac{S}{4}, \end{cases}$ откуда $y = \frac{S}{24}$. Следовательно, плот преодолеет

указанное расстояние за 24 ч.

Ответ: 4) 24.

6. Для первой последовательности $\frac{a_2}{a_1} = \frac{54}{27} = 2 \neq \frac{a_3}{a_2} = \frac{27}{9} = 3$, для второй $\frac{a_2}{a_1} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2} \neq \frac{a_3}{a_2} = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$, для третьей $\frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{2} = 4 \neq \frac{a_3}{a_2} = \frac{16}{8} = 2$, для четвертой $\frac{a_2}{a_1} = \frac{-174}{116} = -\frac{3}{2} \neq \frac{a_3}{a_2} = \frac{261}{-174}$, для пятой $\frac{a_2}{a_1} = \frac{11}{2} \neq \frac{a_3}{a_2} = \frac{20}{11}$. Таким образом, геометрическую прогрессию образует четвертая последовательность.

Ответ: 4) 116; -174; 261; ...

7. Последняя цифра указанной степени определяется только по последней цифре основания. Так как 8^1 оканчивается цифрой 8, 8^2 - цифрой 4, 8^3 - цифрой 2, 8^4 - цифрой 6, 8^5 - цифрой 8 и т.д., то последние цифры степеней указанного числа будут периодически повторяться с периодом 4. Разделив 5225 на 4, в остатке получаем 1. Поэтому последняя цифра указанного числа совпадает с последней цифрой числа 8^1 , т.е. равна 8.

Ответ: 4) 8.

8. Оставим в левой части уравнения только логарифм и пропотенцируем получившееся уравнение. Получим: $6 \cdot 8^x - 1 = 8^{2x+1}$ или $8 \cdot 8^{2x} - 6 \cdot 8^x + 1 = 0$. Решая получившееся уравнение как квадратное относительно 8^x , находим: $8^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}$ или

$$8^x = \frac{1}{4} \Rightarrow x_2 = -\frac{2}{3}. \text{ Тогда } x_1 + x_2 = -1.$$

Ответ: 1) -1.

9. Прямая, параллельная указанной в условии задачи, имеет одинаковый с ней угловой коэффициент, поэтому, учитывая прохождение через точку $B(8;2)$, запишем ее уравнение в виде $y = -\frac{1}{4}(x-8) + 2$ или $y = -\frac{1}{4}x + 4$. Эта прямая пересекает ось ординат в точке $A(0;4)$ и ось абсцисс в точке $C(16;0)$. Площадь получившегося треугольника AOC (O - начало координат) равна $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 16 = 32$.

Ответ: 3) 32.

10. Для того чтобы число делилось на 72, оно должно делиться на 8 и 9. Согласно признаку делимости на 8 число, образованное последними тремя цифрами должно делиться на 8, а для деления на 9 необходимо, чтобы сумма цифр числа делилась на 9. Поэтому для Y возможны два значения: 1) $Y=6$. Тогда на 9 должна делиться сумма $8 + X + 1 + 6 + 0 = 15 + X$. Отсюда $X=3$ и число имеет вид 83160; 2) $Y=2$. Тогда на 9 делится сумма $8 + X + 1 + 2 + 0 = 11 + X \Rightarrow X=3$ и число имеет вид 87120. Искомая сумма равна $87120 + 83160 = 170280$.

Ответ: 5) 170280.

11. Так как в основании параллелепипеда лежит параллелограмм с указанным углом между сторонами,

$$S_n = S_o + 2S_o = 2(a+b)c + 2ab \sin \alpha = 2(2+3) \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 135^\circ = 40 + 6\sqrt{2}.$$

Ответ: 2) $40 + 6\sqrt{2}$.

$$12. \frac{25}{x^2 - 4x} \geq x^2 - 4x \Leftrightarrow \frac{25 - (x^2 - 4x)^2}{x^2 - 4x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x + 5)}{x(x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-5)}{x(x-4)} \leq 0.$$

Отсюда методом интервалов получаем: $x \in [-1;0) \cup (4;5]$.

Ответ: 4) $[-1;0) \cup (4;5]$.

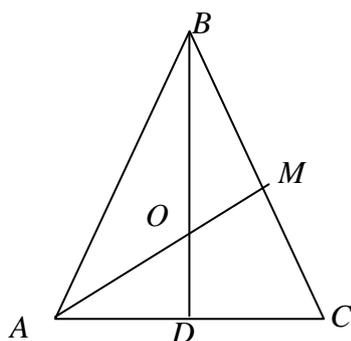
13. Пусть первое предприятие производит n миксеров, а второе - m . Тогда затраты первого предприятия составят $180n$ руб., а второго - $220m$ руб. Согласно условию

затраты одинаковы, т.е. $180n = 220m$, откуда $m = \frac{9}{11}n$. Среднюю себестоимость определим, разделив весь объем производства на общее количество изделий:

$$\frac{2 \cdot 180n}{n + \frac{9}{11}n} = 198.$$

Ответ: 3) 198.

14. Пусть $AC = 4\sqrt{2}$, $AM = 5$, $AB = BC$. Проведем высоту $BD \perp AC$. Точка O – точка пересечения медиан $\triangle ABC$. Тогда $AO = 10/3$, $AD = 2\sqrt{2}$ и

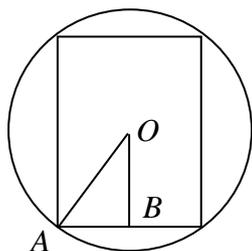


$$CD = 2\sqrt{2}, \quad OD = \sqrt{AO^2 - AD^2} = \frac{2\sqrt{7}}{3}.$$

$$\text{Следовательно, } BD = 2\sqrt{7}, \quad BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{36} = 6.$$

Ответ: 4) 6.

15. Построив сечение, проходящее через центр шара. Тогда получим прямоугольник, вписанный в окружность. Опустив перпендикуляр OB из центра O шара на основание цилиндра, радиус шара найдем по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника ABO :



$$R^2 = AO^2 = AB^2 + OB^2 = 34.$$

Следовательно,

$$S = 4\pi R^2 = 136\pi.$$

Ответ: 3) 136π .

Вариант 13

Решения экзаменационных заданий

1. а). Все корни иррационального уравнения должны удовлетворять условию $\sin 2x \geq 0$. После возведения в квадрат исходного уравнения получаем

$$2\sin^2 2x = 5\cos 2x - 1, \text{ или } 2 - 2\cos^2 2x = 5\cos 2x - 1, \text{ откуда } \cos 2x = -\frac{7}{2} \text{ (не}$$

имеет решения) или $\cos 2x = \frac{1}{2}$. Из последнего равенства находим $2x = \pm \pi / 3 +$

$2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Замечаем, что условию $\sin 2x \geq 0$ удовлетворяют только значения $2x$, принадлежащие первой четверти, то есть $2x = \pi / 3 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Из

последнего соотношения получаем $x = \pi / 6 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б). Подставляя в это общее решение вместо n последовательно числа $0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4, \dots$ и проверяя получаемые значения на принадлежность промежутку $\left(-\frac{7\pi}{2}; -\pi\right)$, находим требуемый ответ.

Ответ: а) $\pi / 6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $-17\pi / 6, -11\pi / 6$

2. Пусть x км/час — скорость автобуса, y км — расстояние от A до места встречи мотоциклиста и автобуса. Имеем $\frac{y}{x} = \frac{2}{3} + \frac{y}{45}$, откуда

$$45y = 30x + xy, 45y - xy = 30x, y = \frac{30x}{45 - x}.$$

$$\text{Также } \begin{cases} \frac{100}{x} < \frac{2}{3} + \frac{2y}{45}, \\ 0 < y < 100. \end{cases}$$

Подставляя определённое выше выражение для y в эту систему, получаем

$$1) \frac{100}{x} < \frac{2}{3} + \frac{4x}{3(45 - x)};$$

$$300(45 - x) < 2x(45 - x) + 4x^2, \text{ так как } x > 0, x < 45;$$

$$2x^2 + 390x - 13500 > 0; x^2 + 195x - 6750 > 0; x \in (30; +\infty);$$

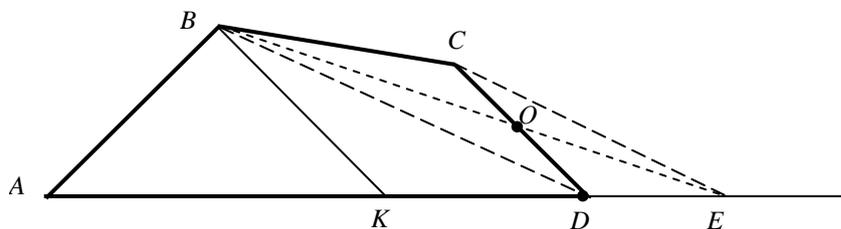
$$2) \frac{30x}{45 - x} < 100;$$

$$30x < 4500 - 100x; 13x < 450; x < \frac{450}{13}; x < 34\frac{8}{13};$$

$$\left(\frac{450}{13} \approx 34,6\right).$$

Ответ: $(30; 450/13)$.

3. Опишем основные шаги решения задач этого типа.



Для нахождения прямой, которая делит площадь четырехугольника $ABCD$ на две равновеликие фигуры и проходит через вершину B , выполним следующие шаги:

1) проведём диагональ BD ;

2) через вершину C проведём прямую, параллельную BD , до пересечения с прямой AD в точке E ;

- 3) проведём BE ;
 4) площади треугольников BCO и DEO равны, так как $BCED$ – трапеция по построению. Поэтому четырёхугольник $ABCD$ равновелик треугольнику ABE , и искомая прямая является медианой треугольника ABE : это отрезок BK , где K – середина AE .

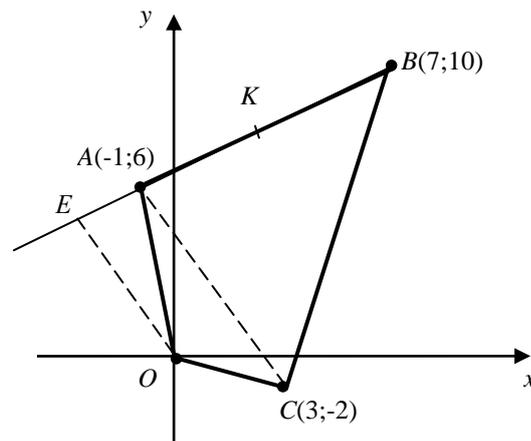
(доп.).

- 1) Найдём уравнение прямой AB : $y = kx + b$.

$$\begin{cases} 6 = -k + b, \\ 10 = 7k + b. \end{cases}$$

$$4 = 8k; k = \frac{1}{2}; b = \frac{13}{2};$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}.$$



- 2) Найдём уравнение прямой AC .

$$\begin{cases} 6 = -k + b, & 4k = -8; k = -2; b = 4. \\ -2 = 3k + b. & y = -2x + 4. \end{cases}$$

- 3) Найдём уравнение прямой OE .

$$\begin{cases} y = -2x + b, \\ 0 = b. \end{cases} \quad y = -2x.$$

- 4) Найдём координаты точки E .

$$\begin{cases} y = -2x, & \frac{1}{2}x + 2x + \frac{13}{2} = 0, & \frac{5}{2}x = -\frac{13}{2} = 0, & \frac{5}{2}x = -\frac{13}{2} \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{13}{2}. & x = -\frac{13}{5}, y = \frac{26}{5}; & E\left(-\frac{13}{5}; \frac{26}{5}\right). \end{cases}$$

- 5) Найдём координаты точки K .

$$x = \frac{-\frac{13}{5} + 7}{2} = \frac{22}{10} = 2,2; \quad y = \frac{\frac{26}{5} + 10}{2} = \frac{76}{10} = 7,6; \quad K = (2,2; 7,6).$$

- 6) Найдём уравнение прямой CK .

$$\begin{cases} 7,6 = 2,2k + b, & 0,8k = -9,6; 8k = -96; k = -12; \\ -2 = 3k + b. & b = 34. \quad y = -12x + 34. \end{cases}$$

Ответ: $y = -12x + 34$.

4. Так как $|x - 1| \geq 0$ при любых x , то и $|x - 1| + 2 \geq 0$ при любых x .
 Следовательно,

$$||x - 1| + 2| = |x - 1| + 2.$$

Тогда исходное уравнение эквивалентно следующему уравнению:
 $||x-1|+1|+1|=2$, которое с помощью равенства $||x-1|+1|=|x-1|+1$
преобразуется к виду

$$(|x-1|+2=2) \Leftrightarrow (|x-1|=0) \Leftrightarrow (x=1).$$

Ответ: 1.

Вариант 14 (Решения тестовых заданий)

1. Если сумма чисел 35 и 90, т.е. число 125 составляет 100%, то число 90 составит $\frac{90 \cdot 100}{125} = 72\%$. Поэтому число 90 меньше числа 125 на $100 - 72 = 28\%$.

Ответ: 4) 28.

2. Ни одна из указанных функций, кроме пятой, не имеет экстремума в точке $x = 6$.

Ответ: 5) $y = -|x - 6|$.

3. Раскрывая модуль, имеем два случая: 1) $x \geq 2$. Тогда система принимает вид

$$\begin{cases} xy = 3, \\ y = x - 2, \end{cases} \text{ откуда } x = 3, y = 1 \Rightarrow x + y = 4; \quad 2) \quad x < 2. \text{ Тогда имеем систему}$$
$$\begin{cases} xy = 3, \\ y = 2 - x, \end{cases}, \text{ которая не имеет решений.}$$

Ответ: 1) 4.

4. Так как $2 \sin 3x \cos 3x = \sin 6x$, то, образуя в правой части 0 и раскладывая получившуюся левую на множители, имеем: $\sin 6x \left(2 + \cos \frac{x}{3} \right) = 0$, откуда $x = 30^\circ \cdot n, n \in \mathbb{Z}$. Указанному промежутку принадлежат корни $x = 30^\circ, x = 60^\circ$ и $x = 90^\circ$. Тогда их сумма равна $30 + 60 + 90 = 180^\circ$.

Ответ: 2) 180.

5. Через первый выход за 1 мин может выйти $\frac{1}{3}$ всех зрителей, а через второй – все зрители (т.е. $\frac{1}{1}$). Таким образом, через оба входа за 1 мин могут выйти $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ всех

зрителей, а значит, все (т.е. 1) зрители через оба выхода могут выйти за $1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$ мин, т.е. за 45 сек.

Ответ: 3) 45.

6. Для первой последовательности $a_2 - a_1 = 28 - 14 = 14 = a_3 - a_2 = 42 - 28$,

для второй $a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4 \neq a_3 - a_2 = 16 - 11 = 5$,

для третьей $a_2 - a_1 = \frac{2}{9} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{9} \neq a_3 - a_2 = \frac{4}{27} - \frac{2}{9} = -\frac{2}{27}$,

для четвертой $a_2 - a_1 = 169 - 13 \neq a_3 - a_2 = 2197 - 169 = 2028$,

для пятой $a_2 - a_1 = 78 - 117 = -39 \neq a_3 - a_2 = 54 - 78 = -24$.

Таким образом, арифметическую прогрессию образует первая последовательность.

Ответ: 1) 14; 28; 42; ...

7. Последняя цифра указанной степени определяется только по последней цифре основания. Так как 3^1 оканчивается цифрой 3, 3^2 - цифрой 9, 3^3 - цифрой 7, 3^4 - цифрой 1, 3^5 - цифрой 3 и т.д., то последние цифры степеней указанного числа будут периодически повторяться с периодом 4. Разделив 123 на 4, в остатке получаем 3. Поэтому последняя цифра указанного числа совпадает с последней цифрой числа 3^3 , т.е. равна 7.

Ответ: 4) 7.

8. Так как $\lg(4^x + 2x - 6) + 2x(\lg 5 - 1) = \lg(4^x + 2x - 6) + 2x \lg \frac{1}{2} = \lg \frac{4^x + 2x - 6}{4^x}$, то, потенцируя, получаем: $\frac{4^x + 2x - 6}{4^x} = 1$ или $2x - 6 = 0$, откуда $x = 3$.

Ответ: 3) 3

9. Разыскивая уравнение прямой, проходящей через указанные в условии точки, в виде $y = kx + b$, для определения коэффициентов k и b получаем систему $\begin{cases} -k + b = 0, \\ k + b = 1, \end{cases}$

откуда $k = b = \frac{1}{2}$, т.е. требуемая прямая имеет уравнение $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. Эта прямая

пересекает ось ординат в точке $C\left(0; \frac{1}{2}\right)$ и ось абсцисс в точке $D(-1; 0)$. Площадь

получившегося треугольника DOC (O - начало координат) равна $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

Ответ: 1) 0,25.

10. Для того чтобы число делилось на 36, оно должно делиться на 4 и 9. Согласно признаку делимости на 4 число, образованное последними двумя цифрами должно делиться на 4, а для деления на 9 необходимо, чтобы сумма цифр числа делилась на 9. Поэтому для Y возможны два значения: 1) $Y = 6$. Тогда на 9 должна делиться сумма $3 + 4 + X + 5 + 6 = 18 + X$. Отсюда $X = 0$ и число имеет вид 34056 или $X = 9$ и число имеет вид 34956; 2) $Y = 2$. Тогда на 9 делится сумма $3 + 4 + X + 5 + 2 = 14 + X \Rightarrow X = 4$ и число имеет вид 34452. Искомая сумма равна $34056 + 34956 + 34452 = 103464$.

Ответ: 5) 103464.

11. Так как в основании параллелепипеда лежит параллелограмм с указанным углом между сторонами,

$$S_n = S_o + 2S_o = 2(a+b)c + 2ab \sin \alpha = 2(4+5) \cdot 7 + 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ = 126 + 20\sqrt{3}.$$

Ответ: 1) $126 + 20\sqrt{3}$.

$$12. \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} > 1 - 2x \Leftrightarrow \frac{4x^2 - 1 + (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 4x} > 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{(2x - 1)(x^2 - 3x + 2 + 2x + 1)}{(x - 1)(x - 2)} > 0 \Leftrightarrow \frac{(2x - 1)(x^2 - x + 3)}{(x - 1)(x - 2)} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} > 0.$$

Отсюда методом интервалов получаем: $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: 4) $(1/2; 1) \cup (2; +\infty)$.

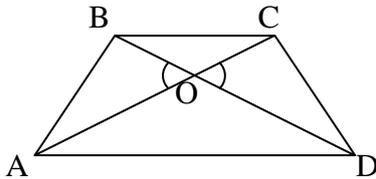
13. Пусть первое предприятие производит n миксеров, а второе - m . Тогда затраты первого предприятия составят $140n$ руб., а второго - $120m$ руб. Согласно условию затраты на первом предприятии вдвое меньше, чем на втором, т.е. $280n = 120m$, откуда

$m = \frac{7}{3}n$. Среднюю себестоимость определим, разделив весь объем производства на

общее количество изделий: $\frac{3 \cdot 140n}{n + \frac{7}{3}n} = 126$.

Ответ: 1) 126

14. Дано: $ABCD$ – трапеция;



$AD \parallel BC$,

$AB = BC = CD = 3\text{ м}$, $\angle AOB = 60^\circ$

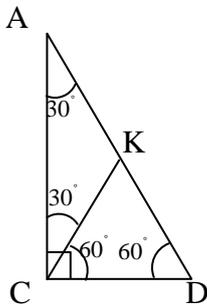
Найти: $AD = ?$

Решение.

$\angle AOD = 120^\circ$, $\angle CAD = \angle BDA = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$;

$\angle BCA = \angle CAD = \angle BDA = \angle CBD = 30^\circ$. $\triangle BCD$ – равнобедренный, следовательно $\triangle ACD$ – прямоугольный и $\angle ACD = 90^\circ$, AD – гипотенуза.

Рассмотрим прямоугольный $\triangle ACD$. В этом треугольнике $CD = 3$, $\angle CDA = 60^\circ$. Построим $\angle KCD = 60^\circ$, тогда $\angle ACK = 30^\circ$ и $AK = CK = CD = KD = 3$, а $AD = 6(\text{м})$.



Ответ: 2) 6

15. Так как вторая сфера касается первой внутренним образом и проходит через центр последней, то, поскольку точка касания лежит на линии центров, радиус второй сферы будет вдвое меньше радиуса первой, а поверхность – меньше в четыре раза, т.е.

$$S_1 = \frac{S}{4} = 40\pi.$$

Ответ: 2) 40π .

Вариант 14

Решения экзаменационных заданий

1. а). Все корни иррационального уравнения должны удовлетворять условию $\cos x \geq 0$. После возведения в квадрат исходного уравнения получаем

$\cos^2 x = \sin x + 0,25$, или $1 - \sin^2 x = \sin x + 0,25$, откуда $\sin x = -\frac{3}{2}$ (не имеет

решения) или $\sin x = \frac{1}{2}$. Из последнего равенства находим $x = (-1)^n \pi / 6 +$

πn , $n \in \mathbb{Z}$. Замечаем, что условию $\cos x \geq 0$ удовлетворяют только значения x , принадлежащие первой четверти, то есть $x = \pi / 6 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б). Подставляя в это общее решение вместо n последовательно числа $0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4, \dots$ и проверяя получаемые значения на принадлежность промежутку $(-4\pi; 0]$, находим требуемый ответ.

Ответ: а) $\pi / 6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $-23\pi / 6, -11\pi / 6$

2. Пусть взято x кг I сплава, y кг – II сплава, z кг – III сплава. Так как висмута 15%, получаем уравнение $\frac{0,1y + 0,3z}{x + y + z} = 0,15; 3x + y - 3z = 0; y = 3z - 3x$.

Определим концентрацию свинца

$$F = \frac{0,55x + 0,5y + 0,7z}{x + y + z} = \frac{0,55x + 0,5(3z - 3x) + 0,7z}{x + y + z} = \frac{2,2z - 0,95x}{4z - 2x} = 0,55 + \frac{0,15x}{4z - 2x};$$

1 способ. Так как $y = 3z - 3x$, то $y \geq 0, z \geq x$. x и y не могут одновременно равняться нулю. Следовательно $F \geq 0,55$. Так как $z \geq x$, то при

$$x > 0 \quad F \leq 0,55 + \frac{0,15x}{4x - 2x} = 0,55 + \frac{0,15}{2} = 0,625.$$

Получаем $F \in [55\%; 62,5\%]$.

Ответ: 55 % и 62,5 %.

$$2 \text{ способ. } F = \frac{2,2\left(\frac{z}{x}\right) - 0,95}{4\left(\frac{z}{x}\right) - 2} = \frac{2,2w - 0,95}{4w - 2}, \quad \frac{z}{x} \geq 1;$$

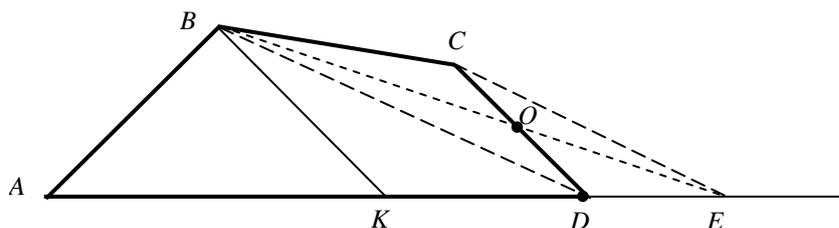
$$F' = \frac{-0,6}{(4w - 2)^2} < 0, \Rightarrow F(w) - \text{убывающая.}$$

$$F_{\max} = F(1) = \frac{2,2 - 0,95}{4 - 2} = 0,625;$$

$$F_{\min} = F(\infty) = 0,55 \text{ (можно найти графически).}$$

Ответ: 55 % и 62,5 %.

3. Опишем основные шаги решения задач этого типа.



Для нахождения прямой, которая делит площадь четырехугольника $ABCD$ на две равновеликие фигуры и проходит через вершину B , выполним следующие шаги:

- 5) проведём диагональ BD ;
- 6) через вершину C проведём прямую, параллельную BD , до пересечения с прямой AD в точке E ;
- 7) проведём BE ;
- 8) площади треугольников BCO и DEO равны, так как $BCED$ – трапеция по построению. Поэтому четырехугольник $ABCD$ равновелик треугольнику ABE , и искомая прямая является медианой треугольника ABE : это отрезок BK , где K – середина AE .

(доп.).

- 1) Найдём уравнение прямой PS : $y = kx + b$.

$$\begin{cases} 2 = 2k + b, \\ 1 = 10k + b. \end{cases}$$

$$-1 = 8k; \quad k = -\frac{1}{8}; \quad b = \frac{9}{4};$$

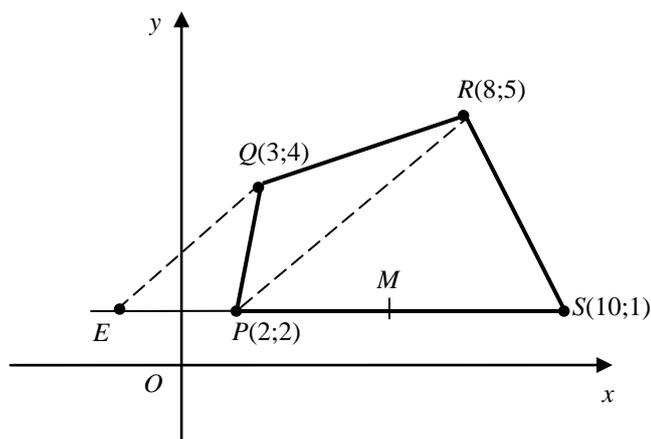
$$y = -\frac{1}{8}x + \frac{9}{4}.$$

- 2) Найдём уравнение прямой PR .

$$\begin{cases} 2 = 2k + b, \\ 5 = 8k + b. \end{cases}$$

$$3 = 6k; \quad k = 0,5; \quad b = 1.$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1.$$



- 3) Найдём уравнение прямой QE .

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b, & b = \frac{5}{2}. \\ 4 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b. & y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}. \end{cases}$$

- 4) Найдём координаты точки E .

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, & \frac{5}{8}x + \frac{1}{4} = 0, \quad x = -\frac{2}{5}; \\ y = -\frac{1}{8}x + \frac{9}{4}. & y = -\frac{1}{5} + \frac{5}{2} = 2,3; \end{cases} \quad E(-0,4; 2,3).$$

- 9) Найдём координаты точки M .

$$x = \frac{-0,4 + 10}{2} = \frac{9,6}{2} = 4,8;$$

$$y = \frac{2,3 + 1}{2} = \frac{3,3}{2} = 1,65; \quad M = (4,8; 1,65).$$

Ответ: (4,8; 1,65).

4. Заметим, что левая часть заданного уравнения монотонно возрастает по x . Правая часть уравнения равна константе, значит, уравнение не может иметь более одного корня. Подбором найдем, что $x=2$. Следовательно, других корней быть не может.

Ответ: 2.