

Белорусский государственный университет  
Факультет прикладной математики и информатики

Тренировочный тест-экзамен, 2017 г.

Вариант 19

**Примечания.**

Время выполнения 3 ч. (180 мин.). Условия задач не сдаются.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

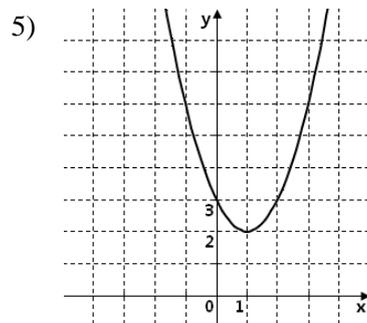
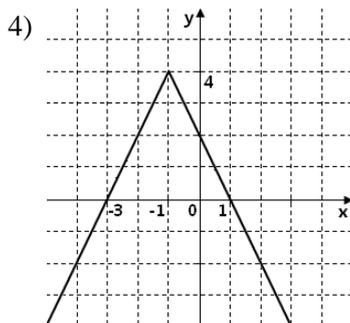
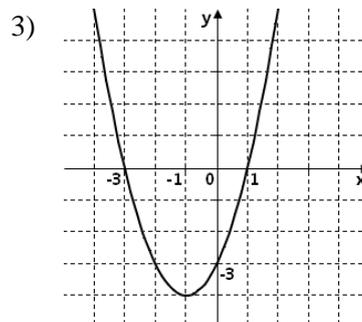
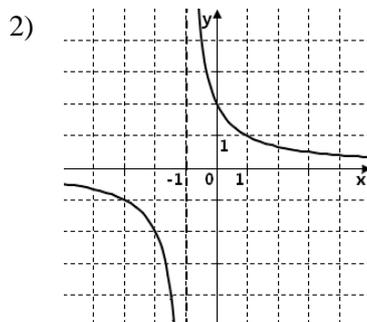
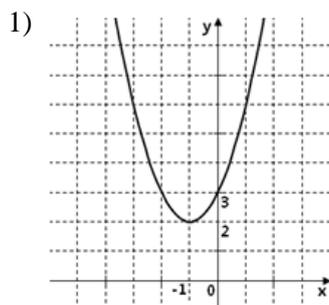
Ответы на тестовые задания запишите в виде таблицы: номер задания – номер правильного ответа.

**Внимание!** Если в каком-то из номеров Ваш ответ не совпадает ни с одним из указанных в тесте, допишите в списке ответов Ваш ответ под номером 6).

Решения экзаменационных заданий оформляйте подробно.

**Тестовые задания**

1. Для функции  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  укажите соответствующий ей график:



2. Маршрутное такси за месяц проезжает 9000 км. Стоимость одного литра бензина 3,45 рубля. Средний расход бензина на 100 км — 11 литров. Сколько рублей сдачи получит водитель с 500 рублей, если он купит 100 л?

- 1) 120,5;    2) 155,0;    3) 275,0;    4) 345,0;    5) 465,5.

3. Произведение наименьшего и наибольшего целых решений двойного неравенства

$$-23 < 2\frac{3}{4} - 3x < 7\frac{1}{4} \text{ равно}$$

- 1) -20;    2) -14;    3) -10;    4) -8;    5) -6.

4. Банка краски стоит 1,8 рубля. Какое наибольшее количество банок краски можно купить на 10 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

- 1) 4;    2) 5;    3) 6;    4) 7;    5) 8.

5. Решите неравенство  $x(x-4) \leq \frac{25}{x^2 - 4x}$ .

- 1)  $[-1;5)$ ; 2)  $(-1;5]$ ; 3)  $[-1;0) \cup [3;5]$ ; 4)  $[-1;0) \cup (4;5]$ ; 5)  $[-1;1) \cup (3;5]$ .

6. Вычислите  $0,3^{\frac{\lg 128}{\lg 4} - 4}$

- 1) 3,5; 2) 10/3; 3)  $\sqrt{0,3}$ ; 4)  $\sqrt{10/3}$ ; 5) 0,3.

7. Решите неравенство  $\log_4 x + \log_{\frac{1}{4}} x^2 \geq 0$ .

- 1)  $(0;1]$ ; 2)  $(0;4]$ ; 3)  $(0;1/4]$ ; 4)  $(0;2]$ ; 5)  $(0; \sqrt[3]{4}]$ .

8. В букинистическом магазине собрание сочинений стоимостью 350 р. уценивали дважды на одно и то же число процентов. После уценки книги стали стоить 283,5 р. Процент уценки составляет:

- 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 10; 5) 4,5.

9. Упростите  $\frac{\sin 18\alpha}{\sin 6\alpha} - \frac{\cos 18\alpha}{\cos 6\alpha}$ .

- 1) -2; 2) 0,5; 3) 2; 4)  $\cos 12\alpha$ ; 5)  $\cos 3\alpha$ .

10. Прямая  $OB$  перпендикулярна плоскости квадрата  $ABCD$ . Найдите площадь треугольника  $OAD$ , если  $OB = 3, AB = 4$

- 1) 6; 2) 7; 3) 8; 4) 9; 5) 10.

11. Найдите количество корней уравнения  $3 + 6\sin 2x = -9\sin x - 4\cos x$ , на промежутке  $\left[-2\pi; \frac{\pi}{6}\right]$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

12. Для строительства дачного домика планируется купить  $70 \text{ м}^2$  фанеры у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость фанеры (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
1	26	100	Нет
2	28	80	При заказе товара на сумму свыше 1500 рублей доставка бесплатная.
3	27	80	При заказе товара на сумму свыше 2000 рублей доставка бесплатная.

- 1) 1920; 2) 1820; 3) 1970; 4) 1990; 5) 1960.

13. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{x+2y}{x-y} + \frac{x-2y}{x+y} = 4, \\ x^2 + xy + y^2 = 21 \end{cases}$$

В ответ запишите наименьшее значение  $x$ , удовлетворяющее системе:

- 1)  $-2\sqrt{3}$ ; 2)  $-\sqrt{3}$ ; 3)  $\sqrt{7}$ ; 4)  $-2\sqrt{7}$ ; 5)  $2\sqrt{7}$ .

14. В треугольнике  $ABC$  медиана  $AM$  перпендикулярна медиане  $BN$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $AM = m$ ,  $BN = n$ .

- 1)  $\frac{5}{8}mn$ ;    2)  $\frac{6}{5}mn$ ;    3)  $\frac{mn}{2}$ ;    4)  $mn$ ;    5)  $\frac{2}{3}mn$ .

15. Площадь поверхности шара равна  $S = 160\pi$ . Найдите площадь поверхности другого шара, сфера которого внутренним образом касается сферы первого шара и содержит его центр.

- 1)  $32\pi$ ;    2)  $40\pi$ ;    3)  $42\pi$ ;    4)  $44\pi$ ;    5)  $48\pi$ .

### Экзаменационные задания (вариант 19)

1. В экзаменационной комиссии 5 преподавателей. Известно, что первый, второй и четвертый преподаватели могут проверить работы за 20 часов, а второй, третий и пятый – за 15 часов. Если в проверке участвуют все, кроме второго, то на проверку требуется всего 10 часов. Во сколько раз быстрее будет выполнена проверка работ всей комиссией по сравнению с проверкой работ только вторым преподавателем?

2. Один из углов треугольника равен  $60^\circ$ , радиус описанной около него окружности равен  $\frac{7}{\sqrt{3}}$ , а радиус вписанной окружности равен  $\sqrt{3}$ . Найдите площадь треугольника.

3. В правильной треугольной призме через среднюю линию основания под углом  $60^\circ$  к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найдите площадь сечения, если сторона основания равна 4.

4. На координатной плоскости постройте множество точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $|y - 1| \leq |x + 4|$ , и определите площадь фигуры, образованной пересечением этого множества и множества, ограниченного прямоугольником с вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(4;3)$ ,  $D(4;0)$ .

**Примечания.**

Время выполнения 3 ч. (180 мин.). Условия задач не сдаются.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

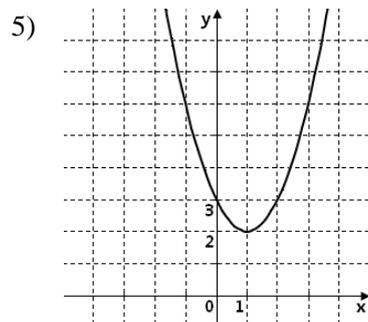
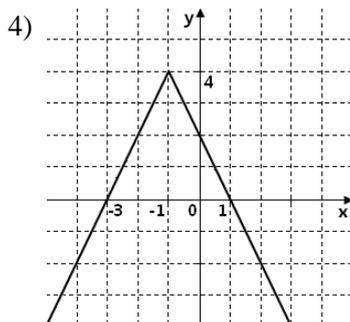
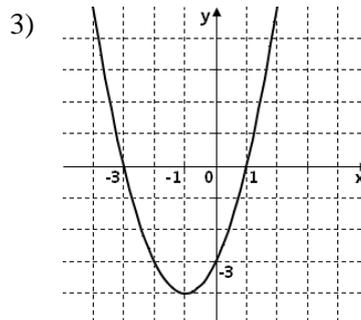
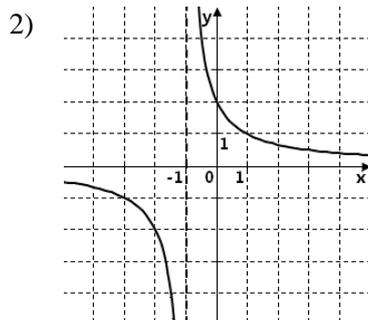
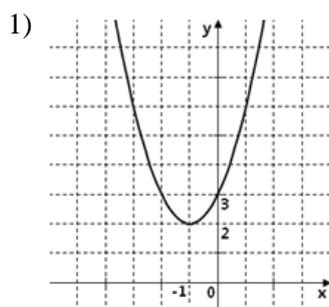
Ответы на тестовые задания запишите в виде таблицы: номер задания – номер правильного ответа.

**Внимание!** Если в каком-то из номеров Ваш ответ не совпадает ни с одним из указанных в тесте, допишите в списке ответов Ваш ответ под номером 6).

Решения экзаменационных заданий оформляйте подробно.

**Тестовые задания**

1. Для функции  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  укажите соответствующий ей график:



2. Расход краски на  $2 \text{ м}^2$  — 480 г. Какое количество краски (в кг) останется, если необходимо покрасить 26 квадратных метров, а приобретено 12 кг краски?

- 1) 3,28;    2) 4,54;    3) 5,66;    4) 5,76;    5) 6,24.

3. Произведение наименьшего и наибольшего целых решений двойного неравенства

$$-23 < 2\frac{3}{4} - 2x < 5\frac{1}{4} \text{ равно}$$

- 1) -25;    2) -24;    3) -22;    4) -12;    5) -11.

4. Стоимость одной матрешки составляет 3,5 рубля. В подарок внуку дедушка купил матрешки разного цвета: красные, белые, жёлтые — в количестве 15 штук. Найдите количество жёлтых матрешек, если красные составляли 20% от общего количества, а белые — 25% от оставшихся.

- 1) 1;    2) 3;    3) 5;    4) 7;    5) 9.

5. Решите неравенство  $1 - 2x < \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ .

- 1)  $(1/2; +\infty)$ ; 2)  $(1/2; 1) \cup (2; 14)$ ; 3)  $(2; +\infty)$ ; 4)  $(1/2; 1) \cup (2; +\infty)$ ;  
5)  $(1/2; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$ .

6. Вычислите:  $4 \frac{\log_3 100}{\log_3 10} + 6 \frac{\log_3 12}{\log_3 6}$

- 1) 1; 2) 12; 3) 24; 4) 28; 5) 36.

7. Решите неравенство  $2 \log_{\sqrt{3}}(x+1) + \log_{\frac{1}{3}}(x+1) \geq 1$ .

- 1)  $[\sqrt[3]{3}-1; +\infty)$ ; 2)  $[\sqrt{3}-1; +\infty)$ ; 3)  $[\frac{1}{3}; +\infty)$ ; 4)  $[\sqrt{3}; +\infty)$ ; 5)  $[\sqrt[3]{3}; +\infty)$ .

8. После двух последовательных повышений зарплата достигла  $15/8$  по сравнению с первоначальной. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение было вдвое больше (в процентном отношении) первого?

- 1) 10%; 2) 12%; 3) 15%; 4) 25%; 5) 27%.

9. Вычислите  $\sin 960^\circ \cdot \cos 495^\circ$ .

- 1)  $-\sqrt{6}/4$ ; 2)  $\sqrt{6}/4$ ; 3)  $-\sqrt{3}/2$ ; 4)  $\sqrt{3}/2$ ; 5)  $3/4$ .

10. Площадь полной поверхности куба равна 18. найдите длину диагонали куба.

- 1)  $\sqrt{3}$ ; 2)  $\sqrt{6}$ ; 3) 2; 4) 3; 5) 4.

11. Найдите количество корней уравнения  $2 - 3 \sin 2x = 3 \sin x - 4 \cos x$ , на промежутке  $[-\frac{\pi}{3}; 2\pi]$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

12. В таблице даны тарифы на услуги трех фирм, предоставляющих автомобили в аренду.

Предполагается поездка длительностью 50 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет самый дешевый. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Оформление заказа	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость одной минуты сверх минимальной поездки
1	2,5 руб	Нет	0,11 руб.
2	Бесплатно	10 мин., 2 руб.	0,16 руб.
3	1,8 руб	15 мин., 3 руб.	0,13 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

- 1) 9,0; 2) 8,4; 3) 8,35; 4) 9,35; 5) 8,0.

13. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} xy(x-y) = -20, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4}; \end{cases}$$

В ответ запишите наибольшее значение  $y$ , удовлетворяющее системе.

- 1) -1; 2)  $(-5 + \sqrt{41})/2$ ; 3)  $(5 + \sqrt{41})/2$ ; 4)  $(7 + \sqrt{41})/2$ ; 5) 4.

14. Диагональ равнобедренной трапеции делит среднюю линию на 2 части, равные 2 и 5. Найдите площадь трапеции, если её боковая сторона равна 5.

1) 22;      2) 24;      3) 26;      4) 28;      5) 30.

15. В шар вписан цилиндр высотой 10 и радиусом основания 3. Найдите площадь поверхности шара

1)  $146\pi$ ;    2)  $140\pi$ ;    3)  $136\pi$ ;    4)  $132\pi$ ;    5)  $128\pi$ .

### Экзаменационные задания (вариант 20)

1. При разгрузке баржи сначала 2 часа действовали четыре подъемных крана одинаковой мощности. Затем добавочно ввели в действие еще два крана меньшей, но одинаковой мощности. После этого, для окончания разгрузки, потребовалось еще 3 часа. Если бы все эти краны начали работать одновременно, то разгрузка была бы произведена за 4,5 часа. Если бы только один кран большей и один кран меньшей мощности работали совместно, то за какое время они разгрузили бы баржу?

2. Один из углов треугольника равен  $45^\circ$ , радиус вписанной в него окружности равен 1, а площадь треугольника равна  $18 + \sqrt{2}$ . Найдите радиус описанной около треугольника окружности.

3. Высота прямой призмы равна 1, ее основанием служит ромб со стороной 2 и острым углом  $30^\circ$ . Через сторону основания проведена секущая плоскость, угол наклона которой к плоскости основания равен  $60^\circ$ . Найдите площадь сечения.

4. На координатной плоскости постройте множество точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $|x + 1| - |1 - y| \leq 2$ , и определите площадь фигуры, образованной пересечением этого множества и множества, ограниченного прямоугольником с вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(4;3)$ ,  $D(4;0)$ .