

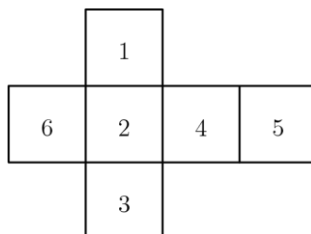
Предварительные решения и критерии проверки задач
ГОРОДСКОГО ТУРНИРА «ЮНЫЙ МАТЕМАТИК» 2023
СРЕДИ УЧАЩИХСЯ 4-х КЛАССОВ

Сначала общие замечания – ПРОСИМ внимательно ознакомиться с ними:

- 1) Полный балл ставится за **верный ответ и достаточные для понимания пояснения** к нему;
- 2) Только **за верный ответ вообще без всяких пояснений** ставится **1 балл**
(изредка **2 балла** в сложных задачах, когда правильный ответ уже говорит о том, что у участника были разумные рассуждения!!!)
- 3) **верный ответ с неточными пояснениями** должен давать неполное количество, считая от полного балла за задачу, но здесь возможны разные ситуации:
 - 2.1. если есть грубые ошибки в пояснениях, то ставим совсем немного, ибо это означает, что ребенок решал неправильно, а ответ получился случайно;
 - 2.2. если задача несложная и ответ угадать тоже несложно, то за неаккуратные, неполные объяснения ставим не более 50% от максимального числа баллов,
 - 2.3. если задача сложная и ответ «случайно» не угадаешь, и особенно в случае, когда объяснения реально «пишутся непросто» – то за неполные объяснения, но содержащие хорошие идеи, можно ставить и более 50% (например, отталкиваться от 2/3 или 3/4 от полного балла, и вообще оценивать объяснения по ситуации в сравнении с другими работами);
- 4) с другой стороны, **если ответ неточный**, но
 - 3.1. есть верное объяснение, то можно поставить полный балл или близкий к полному, так как из пояснений ребенка должно быть видно, что это не ошибка, а скорее описка;
 - 3.2. возможна ситуация, когда ребенок не понял условия или «не так» понял условие – оценка зависит от сложности задачи и(или) ее формулировки:
 - 3.2.1. если формулировка простая, а ребенок просто поверхностно прочитал (не сумел прочитать), то ставим мало (от 1/3 до половины от полного балла),
 - 3.2.2. если формулировка сложная и ребенок не разобрался – тоже ставим мало (как в предыдущем пункте),
 - 3.2.3. если ребенок неправильно понял условие, но правильно решает задачу в измененном «т.е. в ЕГО понимании условия», то в случае упрощения задачи ставим мало (не более, чем в предыдущих случаях), но если получилась сложная, то вполне можно ставить и половину баллов за верное решение такой задачи!!
- 5) Нижеприведенные наши комментарии – это и есть попытка описать возможные случаи заранее (т.е., *когда мы еще не видели ни одной детской работы и не видели, как они думают и пишут(!)*, что зачастую сложно). В других – необычных случаях просим действовать по аналогии или по ситуации. По возможности, просим указать такие необычные случаи.

Задание № 1. (5 баллов)

Фигуру сложили, перегнув по отмеченным на рисунке линиям, так, что получился «числовой» куб. В каждом углу куба сходятся три числовые грани. Рассмотрим все возможные тройки граней, сходящихся в одном углу, и вычислим суммы чисел на гранях в этих тройках. Какая наименьшая и какая наибольшая сумма при этом получится?



Ответ: наименьшая сумма 7, а наибольшая сумма 14.

Решение. Минимальная сумма могла бы получиться из трех самых маленьких чисел (1, 2 и 3), но по развертке сразу видно, что числа 1, 2, и 3 не сойдутся в одной вершине куба, чтобы получить сумму 6. С другой стороны, грани с числами 1, 2 и 4 сходятся в одной вершине, образуя минимальную сумму $1+2+4=7$.

Аналогично, максимальная сумма могла бы получиться из трех самых больших чисел (6, 5 и 4), но по развертке сразу видно, что числа 6, 5 и 4 не сойдутся в одной вершине куба, чтобы получить сумму 15. С другой стороны, грани с числами 6, 5 и 3 сходятся в одной вершине, образуя максимальную сумму : $6+5+3=14$.

Основная разбалловка: 5 баллов за верные ответы С ОБЪЯСНЕНИЯМИ, по 1 баллу за каждый верный ответ из двух, если ответы без всяких объяснений. 3 или 4 балла ставить по ситуации (например, один из ответов объяснен, а второй ответ – нет и нет никаких намеков(!), ведь можно написать хотя бы слово «аналогично» или что-то другое, как ребенок это осмысливает).

К критериям проверки: Хочется увидеть, как дети объясняют свой ответ. Это может быть, например, объяснение того, что грани с 1, 2 и 3 вместе не встретятся, следующее наименьшее значение на тройке граней 1, 2 и 4.

Аналогично со случаем наибольшей суммы.

Задание № 2 (5 баллов)

В пяти коробках лежит по одинаковому числу конфет. Если из первой коробки достать 10 конфет, из второй коробки достать 20 конфет, из третьей коробки достать 30 конфет, из четвертой коробки достать 40 конфет, а из пятой коробки достать 50 конфет, то во всех коробках конфет останется столько же, сколько раньше было в трех коробках. Сколько конфет первоначально было в каждой коробке?

Ответ: по 75 конфет.

Решение. После того как достали $10+20+30+40+50=150$ конфет, то во всех коробочках останется столько, сколько раньше было в трех, а значит достали столько, сколько раньше было в двух. А значит вытащенные 150 конфет по сути составляют содержимое двух коробок (в начале). Значит, в каждой коробке первоначально было по 75 конфет.

Основная разбалловка: 5 баллов за верный ответ С ОБЪЯСНЕНИЯМИ,

1 балл – только за ответ без всяких пояснений.

1 балл ставилось, если ответ был неверный, а объяснения содержали какую-то идею (может, странную идею, но показывающую, что ребенок условие понял и пытается что-то делать, но у него пока ничего не получается).

2 балла можно ставить, если ребенок, сложив все конфеты, т.е. получив 150, по ошибке считает, что это как раз число конфет в трех коробках и получает ответ 50.

Промежуточные значения **3-4 балл** ставим в сравнении с этими случаями по ситуации.

Задание № 3. (6 баллов)

У капитана Флинта в клетке сидело 5 попугаев, средняя цена которых составляет 600 рублей. (Средняя цена попугаев равна сумме цен попугаев, делённой на их количество.) Однажды самый красивый попугай улетел, и средняя цена оставшихся попугаев опустилась до 500 рублей. Сколько стоил улетевший попугай

Ответ: 1000 руб.

Решение. Составим схему к решению задачи. Если П1, П2, П3, П4, П5 – стоимости попугаев – первого, второго, третьего, четвертого и пятого, то согласно условию:

$$(П1 + П2 + П3 + П4 + П5) : 5 = 600 \quad \text{и}$$

$$(П1 + П2 + П3 + П4) : 4 = 500,$$

и тогда: $600 \cdot 5 = 3000$ рублей стоят все пять попугаев, а

$500 \cdot 4 = 2000$ рублей стоят четыре попугая, не считая самого красивого.

Но тогда самый красивый стоит:

$$3000 - 2000 = 1000 \text{ рублей.}$$

Основная разбалловка: 6 баллов за приведенный верный ответ с объяснением.

1 балл - если дети просто приводят ответ (без объяснений),

от 4 до 5 баллов – в зависимости от объяснений и ответа – (см. и ср. общие замечания в начале этого файла и ниже).

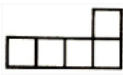
К критериям проверки: Хочется увидеть, как дети объясняют свой ответ.

- Если школьники приводят просто верный ответ, то ставим **1 балл**;

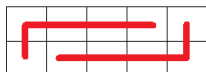
- если школьники при правильном ответе пытаются как-то объяснить свое в целом верное решение, то ставим **3, 4 или 5 балла** в зависимости от степени обоснованности решения.

- **1-2 балла** ставилось за записи в решении – если **ответ был неверный**, а объяснения содержит какая-то идея, может, странная, но идея, показывающая, что ребенок условие понял и пытается что-то делать, но у него пока ничего не получается. В частности, можно 2 балла поставить, если видно, что ребенок понял, что такое средняя цена, и пытается это как-то осмысленно применить, но пока не получается. А вот уже если что-то получается, но есть технические ошибки разной степени «грубости», то уже можно ставить 3 балла или даже больше (по ситуации).

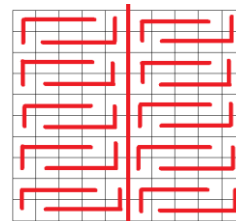
Задание № 4. (6 баллов)

Можно ли из фигурок вида  составить квадрат? (Фигурки можно поворачивать и переворачивать, однако, накладывать одну на другую, даже частично, нельзя).

Из двух данных фигурок можно сложить прямоугольник 2×5 .



А из 10 таких прямоугольников складывается квадрат 10×10 , см. рис. справа.



Основная разбалловка: 6 баллов за приведенный верный ответ – рисунок квадрата.

Если дети просто пишут «Можно», и не более, то не более 1 (одного) балла.

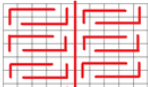
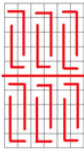
Если дети приводят рисунок не квадрата, а прямоугольника от 1 до 5 баллов.

К критериям проверки: Хочется увидеть, как дети комбинируют «уголки»:

Например, за такую комбинацию  можно ставить 1 балл;

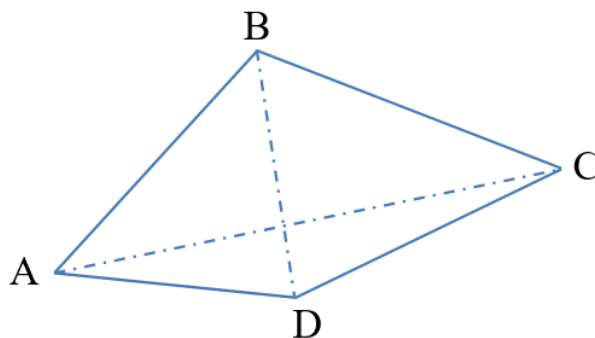
за комбинацию вида  или  можно ставить 2 балла

за комбинацию вида  и  можно ставить 3 балла

за комбинацию вида  или  можно ставить 4 балла

Задание № 5. (7 баллов)

В четырехугольнике $ABCD$ с периметром 32 см провели отрезки AC и BD (такие отрезки называются диагоналями четырехугольника, см. рисунок). Отрезок AC соединяет две вершины четырехугольника $ABCD$ и делит его на два треугольника: треугольник ABC с периметром 26 см и треугольник ADC с периметром 24 см. Отрезок BD , соединяющий две другие вершины четырехугольника делит его на два треугольника: треугольник ABD с периметром 21 см и треугольник CBD с периметром 23 см. Длина какого отрезка больше AC или BD ? Ответ объясните.



Ответ: Отрезок AC больше.

Решение. В сумме периметров треугольников ABC и ADC, равной 50 см, отмеченная диагональ AC считается дважды, а в периметре четырехугольника, равном 32 см, ее нет вообще. Поэтому длина диагонали AC равна $(50 - 32) : 2 = 9$ см. Аналогично, длина диагонали BD равна $(44 - 32) : 2 = 6$ см. Значит длина отрезка AC больше.

Основная разбалловка: 7 баллов ставим за ответ с объяснениями.

К критериям проверки:

- если школьники просто приводят **ответ (без объяснений), то ставится 1 балл;**
- если школьники пытаются как-то объяснить свое решение, но в объяснении есть ошибки то ставится **2 - 4 балла** в зависимости от существенности ошибок;
- если школьники пытаются объяснить свое решение, допускают несущественные (легко исправимые) ошибки, **то ставится 5-6 баллов;** например, **6 можно ставить,** если все верно до почти последнего шага!

Задание № 6. (5 баллов)

Сколько всего существует четырёхзначных чисел, сумма цифр которых равна трем?

Ответ: 10 чисел.

Решение. Пытаясь представить число 3 в виде суммы четырех цифр, можно (нужно) заметим, что $3 = 0+0+1+2 = 0+1+1+1 = 3+0+0+0$. Для первой комбинации цифр получим следующие числа:

1200; 1020; 1002 (в этой строчке всеми возможными способами переставляется цифра 2. Аналогично в следующей строчке для цифры 1:

2100; 2010; 2001.

Для второй комбинации получим следующие числа: 1110; 1101; 1011

Для третьей комбинации получим одно число: 3000

Итак, всего получилось 10 вариантов чисел.

Основная разбалловка: 5 баллов ставим за ответ с объяснениями.

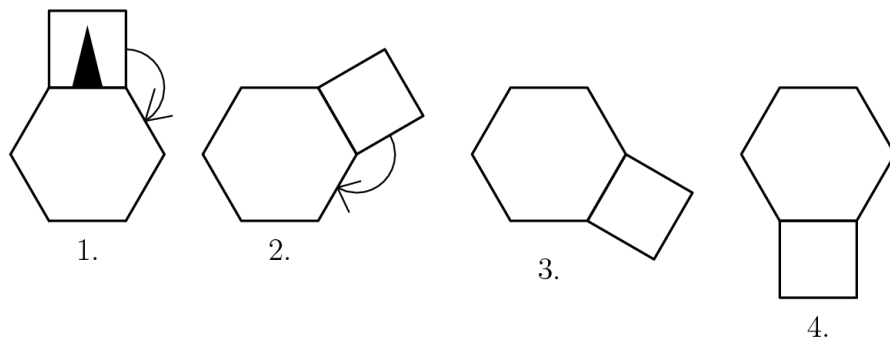
По 1 баллу за каждые два приведенных правильных варианта.

К критериям проверки: От 1 до 4 баллов за приведенные ответы с объяснениями, в которых присутствуют недочеты.

- Если дети просто приводят правильный ответ: 10 комбинаций, то ставим **2 балла.**
- Если дети пытаются устроить перебор, но делают его неполный, то ставим по **1 баллу за каждые два правильных варианта.**

Задание № 7. (7 баллов)

Квадрат с приклеенным к нему черным треугольником, изображенный на первой диаграмме, может «перекатываться» по часовой стрелке вокруг фиксированного правильного шестиугольника. (Далее на рисунке изображен перека́т из положения на первой диаграмме в положение на второй диаграмме и т.д. Приклеенный треугольник изображен только на первой диаграмме; дальнейшее положение треугольника прослеживайте самостоятельно.)

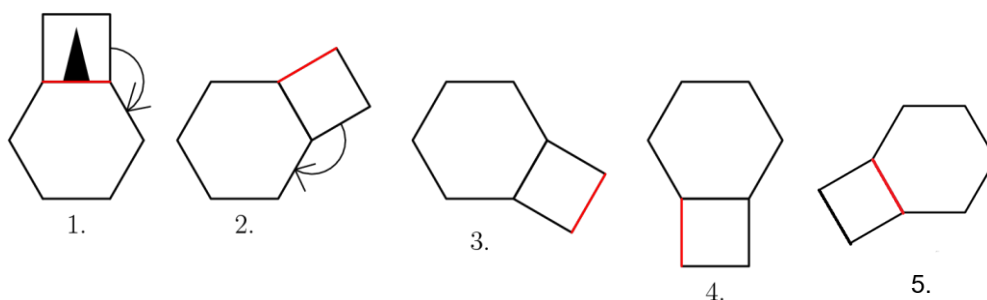


В каком положении из указанных ниже будет черный треугольник после 22 перека́тывания? Свой ответ объясните.



Ответ (D).

Решение. Можно просто отслеживать «нижнюю» сторону квадрата. На приведенных ниже рисунках (схемах) эта нижняя сторона показана красным цветом (в электронных версиях записи решения).



Через каждые четыре перека́тывания «нижняя» – красная сторона квадрата будет соприкасаться с некоторой стороной шестиугольника (см. фигурку 5 на этих рисунках). Далее полезно отследить дальнейшее движение «красной» полоски после 8 перека́тываний, после 12-ти и т.д. После 12-го и 24-го перека́тывания квадрат будет красной стороной прикасаться к той же стороне шестиугольника как и в фигуре 1. То есть ситуация будет повторяться и будет в точности как на фигуре 1.

Для того чтобы увидеть положение квадрата и треугольника после 22-го перека́тывания, можно посмотреть какая фигурка получится, если «откатить» квадрат из исходного положения два раза назад (по существу сделать 24 перека́тывания вперед и два назад). Квадрат будет на той же стороне, что и в фигуре 5. Остается отследить вместе с ним и положение черного треугольника.

Основная разбалловка: 7 баллов ставим за ответ с объяснениями. Если школьники просто приводят ответ или дают не полные объяснения, то ставим от 1 до 6 баллов в зависимости от объяснений.

К критериям проверки: Хочется увидеть, как дети объясняют свой ответ.

- **1 балл**, ставим, если школьники приводят просто верный ответ, «без ничего»;;
- **2 балла** т.е. если ответ(ы) неверный(е) и объяснения странные (хотя видно, что ребенок условие понял и пытается что-то делать, но у него пока не получается);
- **от 3 до 5 баллов** можно поставить, если школьники рассуждая правильно приходят к неправильному ответу, т.е. есть ошибки в геометрическом видении (ставить в сравнении их друг с другом),
- если школьники, рассуждая с *несовсем понятными идеями* (то есть ИДЕЯ объяснения есть, но как-то непонятно до конца, откуда следует правильный ответ), но приходят к правильному ответу, то ставится **5-6 баллов** в зависимости от степени обоснованности решения,
- **6 баллов** ставится также, если все делается правильно, но есть совсем случайная ошибка в конце.

Задание № 8. (9 баллов)

Поезд, длиной 820 метров въезжает в тоннель на скорости 72 км/ч и полностью выезжает из него через 44 секунды. Какова протяжённость тоннеля?

Ответ: 60 метров.

Решение. Из условия задачи: поезд проедет расстояние S , равное длине поезда 820 метров) плюс длина тоннеля со скоростью 72 километра в час за 44 секунды. Как известно, расстояние можно вычислять из формулы скорости: $V = S : T$ или $S = V \times T$. Но в условии скорость указана в километрах в час, длина поезда в метрах, а полное время прохождения тоннеля в секундах.

Понимая, что для правильного расчета все единицы измерения должны быть выражены в одинаковых единицах, запишем значение скорости в других единицах измерения. Для этого преобразуем в исходном (заданном) значении скорости расстояние в метры, а время в секунды, и тогда получим:

- скорость 72 км/ч означает, что поезд проезжает 72000 метров за 3600 секунд, или, после сокращения: 20 м/с.

Записываем новые данные в формулу скорости:

$$20 \text{ м/с} = (\text{длина тоннеля} + 820\text{м}) : 44\text{сек}, \text{ или по другому:}$$

$$\text{длина тоннеля} + 820 (\text{м}) = 20 (\text{м/с}) \times 44 (\text{сек}) = 880 \text{ м.}$$

Отсюда получаем длину тоннеля: **60 метров.**

Основная разбалловка: 9 баллов ставим за ответ с объяснениями.

2 балла – только за ответ (поскольку задача сложная).

К критериям проверки:

- **1 балл** – если ответ неверный и объяснения странные (хотя видно, что ребенок условие понял и пытается что-то делать, но у него пока ничего не получается).

- **2-4 балла** можно ставить, если школьники делают правильный перевод не всех единиц измерения, либо «вроде понимают», что нужно использовать формулу $V = S : T$ или $S = V \times T$, но не делают перевод единиц измерения;
- **5 баллов** можно ставить, если школьники делают правильный перевод единиц измерения;
- **6-8 баллов** можно ставить, если есть разумные рассуждения, которые могут привести к верному ответу, но есть ошибки (например, арифметические).