

Экспресс-олимпиада

14 марта 2019 года

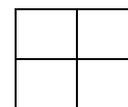
ВНИМАНИЕ: 1) время решения 3×20 мин. (т.е. по 20 мин. на мини-олимпиаду);

2) решение каждой задачи необходимо оформить на отдельном двойном листочке и подписать название команды, номер школы/гимназии, город, фамилию автора(ов).

МИНИ-ОЛИМПИАДА – 1

№ 1. Разрезания – 1

Разрежьте клетчатый прямоугольник 5×6 на фигурки вида.
(Разрешается резать только по линиям сетки.)



№ 2. Рыцари и лжецы – 1

За круглым столом 12 человек: рыцари и лжецы, причем все знают, кто есть кто. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. На вопрос: «Кто твой сосед справа?» Каждый из них ответил: «Лжец». Сколько лжецов было за столом?

№ 3. Выбираем числа – 1

Среди натуральных чисел от 1 до 100 будем выбирать числа так, чтобы ни в какой паре из выбранных чисел разность между большим и меньшим из них не была равна 11.

- Выберите как можно больше чисел, удовлетворяющих этому условию.
- Может вы сможете показать, что нашли максимально возможное множество таких чисел.

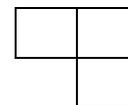
№ 4. Четные и нечетные делители – 1

- Может ли натуральное число иметь в полтора раза больше нечетных делителей, чем четных? Ответ объясните.
- А наоборот?

МИНИ-ОЛИМПИАДА – 2

№ 1. Разрезания – 2

Разрежьте клетчатый квадрат 7×7 , из которого вырезали одну из угловых клеток, на фигурки вида.



№ 2. Рыцари и лжецы – 2

За круглым столом 7 человек: каждый из них либо рыцарь и лжец. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из сидящих за столом сказал: «Мои ближайшие соседи слева и справа – лжец и рыцарь». Определите, сколько среди них рыцарей. (Приведите все возможные варианты.)

№ 3. Выбираем числа – 2

Из первых 100 натуральных чисел выбирают 55 чисел. Докажите, что в любом случае среди выбранных чисел найдутся два числа таких, что разность между ними равна 9.

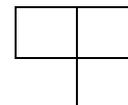
№ 4. Четные и нечетные делители – 2

Может ли натуральное число иметь в 5 раз больше четных делителей, чем нечетных? Ответ объясните.

МИНИ-ОЛИМПИАДА – 3

№ 1. Разрезания – 3

Можно ли разрезать клетчатый прямоугольник 197×198 на фигурки вида, если да, то опишите как, если нет, то обоснуйте.



№ 2. Рыцари и лжецы – 3

За круглым столом 12 человек: рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Каждый из них видит всех, за исключением своих соседей и, конечно, себя. Все люди сказали: «Все, кого я вижу - лжецы». Сколько рыцарей сидит за столом?

№ 3. Выбираем числа – 3

Какое наибольшее количество различных натуральных чисел, не превосходящих 50 можно взять так, чтобы среди них не нашлось двух, одно из которых ровно в три раза больше другого?

Попробуйте найти или описать множество таких чисел.

№ 4. Четные и нечетные делители – 3

Известно, что некоторое натуральное число имеет в P раз больше четных делителей, чем нечетных. Какие значения может принимать число P ?