Экспресс-олимпиада

13 марта 2024 года

ВНИМАНИЕ: 1) Экспресс-олимпиада состоит из 3-х мини-олимпиад.

2) **время решения –** по 20 мин. на каждую мини-олимпиаду, т.е. всего **3 × 20 мин**. = 60 мин.;

3) **решение каждой задачи необходимо оформить на отдельном двойном листочке или листе формата А4 и четко и крупно подписать, номер школы/гимназии, город, фамилию автора(ов).**

4) Ваши решения каждой мини-олимпиады через 20 мин. после начала решения должен представить в жюри дежурный преподаватель !

5) Пользоваться калькулятором и(или) другими устройствами НЕ РАЗРЕШАЕТСЯ !!!

МИНИ-ОЛИМПИАДА – 1

№ 1.1. Турниры – 1

В турнире по мини-футболу за победу дают 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Четыре команды: «Спартак», «Динамо», «Торпедо», «Локомотив» сыграли однокруговой турнир, т.е. сыграли друг с другом ровно по одному разу. «Спартак» набрал 5 очков, «Динамо» - 2 очка, «Торпедо» - 1 очко. Какое место заняла команда «Локомотив» и сколько очков она набрала?

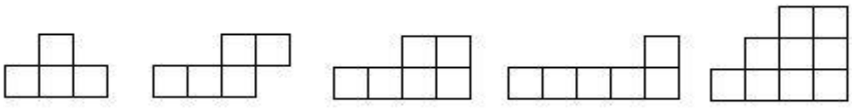
№ 1.2. Кузнечики и белки – 1

А) В одной из вершин правильного 10-угольника сидит кузнечик (у правильного 10-угольника все стороны и все углы равны). Кузнечик может прыгать через одну вершину (т.е., например, из первой в третью, или из второй в четвертую и т.п.). Может ли кузнечик, неоднократно прыгая таким образом, побывать во всех вершинах 10-угольника.

Б) А если он изначально сидел в какой-то вершине правильного 11-угольника?

№ 1.3. Неутомимый Ерема – 1

Неутомимый Ерема решил составить квадрат, используя ровно четыре из пяти изображенных ниже фигур. Каждую из четырех выбранных фигур можно использовать только один раз. Какая фигура осталась не использованной? (Ответ объясните.)



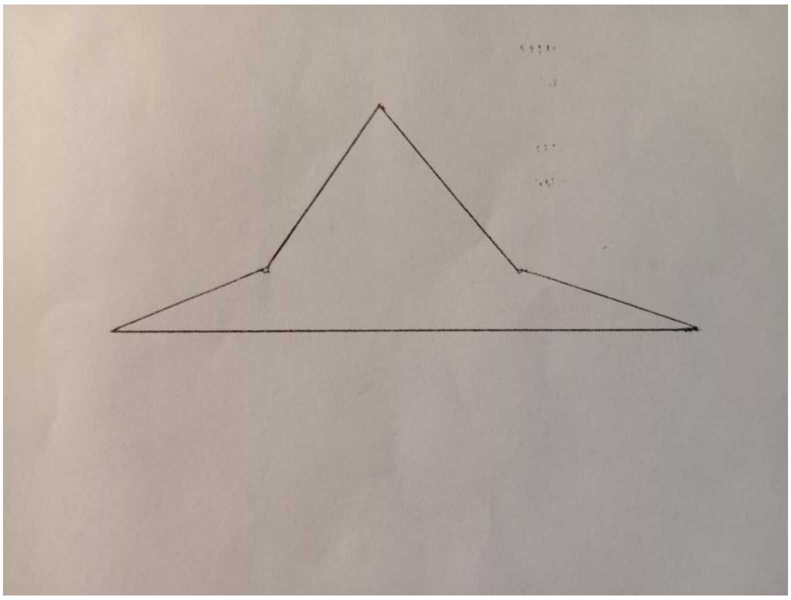
№ 1.4. Углы и расстояния – 1

Стена имеет форму пятиугольника, как указано на рисунке ниже.

А) Отметьте на рисунке точку, из которой видно ровно 4 (четыре) угла этой стены (сделайте такой рисунок в своей работе и отметьте нужную точку.)

Б) Попробуйте изобразить на рисунке множество всех точек, из которых видно ровно 4 (четыре) угла этой стены. (Нарисуйте и объясните свой ответ.)

В) Попробуйте изобразить на рисунке множество всех точек, из которых полностью видны ровно 4 (четыре) прямолиненйых участка этой стены (т.е. 4 стороны угла такого пятиугольника. Нарисуйте и объясните свой ответ.)



МИНИ-ОЛИМПИАДА – 2

№ 2.1. Турниры – 2

Теперь в турнире по мини-футболу сыграли 12 команд. Как и ранее за победу дают 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Могли ли команды, занявшие в турнире первые три места, набрать очков больше, чем все остальные команды вместе взятые?

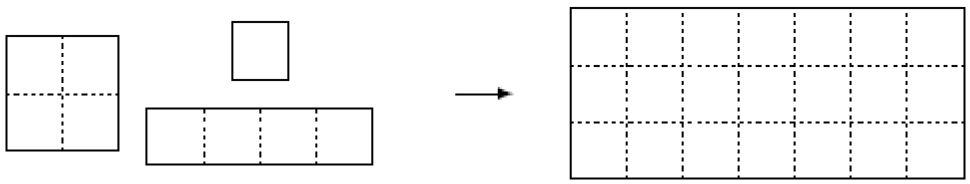
№ 2.2. Кузнечики и белки – 2

А) В одной из вершин правильного 10-угольника сидит кузнечик (у правильного 10-угольника все стороны и все углы равны). Кузнечик может прыгать через две вершины в следующую за ними (т.е., например, из первой в четвертую и т.п.). Может ли кузнечик теперь, неоднократно прыгая таким образом, побывать во всех вершинах 10-угольника.

Б) А если он прыгает через три вершины в следующую за ними?

№ 2.3. Неутомимый Ерема – 2

Неутомимый Ерема замостил прямоугольник 3×7 без наложения друг на друга плитками трех видов: 2×2, 1×4 и 1×1, как показано ниже. Какое минимально возможное количество плиток 1×1 он использовал? Ответ обоснуйте.



№ 2.4. Углы и расстояния – 1

Найдутся ли на плоскости 7 (семь) точек таких, чтобы каждая была соединена по крайней мере с тремя другими из этих точек отрезками одинаковой длины. Если – да, то нарисуйте, если – нет, объясните почему.

МИНИ-ОЛИМПИАДА – 3

№ 3.1. Турниры – 3

В мини-турнире по волейболу сыграли 12 команд. За победу в таком турнире дают 2 очка, за поражение – 1 очко (ничьих в волейболе не бывает).

А) Могли ли в таком турнире все команды набрать разное количество очков? (Если – нет, объясните почему, если – да, то опишите, как они могли играть друг с другом.)

Б) Тот же вопрос, что и в пункте А), но при условии, что каждая команда в турнире имела хоть одну победу.

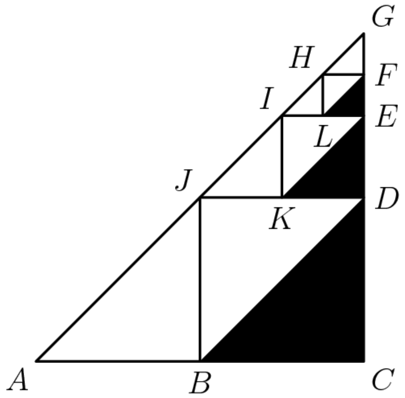
№ 3.2. Кузнечики и белки – 3

Умная белка сидит на столбике дощатого забора, который представляет из себя правильный 11-угольник (то есть забор – это правильный 11-угольник, вершины которого – столбики, соединенные вдоль сторон этого 11-угольника досками). Белка может перебегать по забору с одного столбика на другой, оставляя на каждом столбике, который она пробегает, по одному ореху (в том числе на столбике, с которого она стартовала).

Каждый раз, пробежав три очередных пролета между столбиками, белка подсчитывает по сколько орехов находится на каждом столбике. (Например, первый раз она это делает, пробежав три пролета от первого столбика и оказавшись на четвертом столбике, и т.д.) Может ли в какой-то момент получиться, что на всех столбиках находится по одинаковому числу орехов, и какое наименьшее число орехов для этого понадобится белке?

№ 3.3. Неутомимый Ерема – 2

Неутомимый Ерема начал выкладывать пол треугольной комнаты черными треугольниками, показанными на рисунке. Помогите его приятелю Фоме посчитать площадь черных треугольников, если известно, что точки B, D и J являются серединами сторон прямоугольного треугольника ACG. Точки K, E, I являются серединами сторон треугольника JDG и т. д. Процесс выкладывания плиток выполняется 6 раз (показаны первые три) и AC = CG = 16.



№ 3.4. Углы и расстояния – 1

Найдутся ли на плоскости ровно 6 (шесть) точек таких, чтобы каждая была соединена ровно с тремя другими из этих точек отрезками одинаковой длины. Если – да, то нарисуйте, если – нет, объясните почему.