- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются*

Очки	Задачи
3	1. Расшифруйте ребус ** + *** = ****, если известно, что оба слагаемых и сумма не изменятся, если прочитать их слева направо и справа налево. Укажите все возможные варианты.
	2. Незнайка хвастается, что написал в ряд несколько единиц, поставил между каждыми соседними единицами знак «+» или «×», расставил скобки и получил выражение, значение которого равно n; более того, если в этом выражении заменить одновременно все знаки «+» на знаки «×», а знаки «×» на знаки «+», все равно получится n. Может ли он быть прав, если
2	а) $n = 6$;
3	б) $n = 2014$?
5	3. Страшила и Железный Дровосек отправились утром в Изумрудный Город в один день по одной дороге и в одном направлении, причем вначале Дровосек находился на 28 миль позади Страшилы и на расстоянии 100 миль от цели. Оба идут с 8 утра до 8 вечера, и скорость каждого в течение дня постоянна. В первый день Дровосек прошел 20 миль, во второй – 18, в третий – 16 и так далее, а Страшила в первый день прошел 4 мили, во второй – 8, в третий – 12, и так далее. Где и когда они окажутся одновременно?
5	4. Дед Мороз раздал детям 47 шоколадок так, что каждая девочка получила на одну шоколадку больше, чем каждый мальчик. Затем дед Мороз раздал тем же детям 74 мармеладки так, что каждый мальчик получил на одну мармеладку больше, чем каждая девочка. Сколько всего было детей?
7	5. Из кубиков 1×1×1 склеен параллелепипед 2×2×3. Какое наибольшее количество кубиков можно из него выкинуть, чтобы осталась фигура с такими двумя свойствами: а) со стороны любой грани исходного параллелепипеда фигура выглядит как квадрат 2×2 или прямоугольник 2×3 (глядя перпендикулярно этой грани, мы не увидим просвета – видны 4 или 6 кубиков фигуры); б) переходя в фигуре от кубика к кубику через их общую грань, можно от любого кубика добраться до любого другого?
9	6. На клетчатой доске 5×5 Петя отмечает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки неперекрывающимися и не вылезающими за границу квадрата уголками из трёх клеток (уголки разрешается класть только «по клеточкам»). Какое наименьшее число клеток должен отметить Петя, чтобы Вася не смог выиграть?
9	7. Существуют ли натуральные числа M и N такие, что в M часов N минут угол между часовой и минутной стрелками часов равняется $(M\cdot N)^\circ$?

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 2 марта 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Дед Мороз раздал детям 47 шоколадок так, что каждая девочка получила на одну шоколадку больше, чем каждый мальчик. Затем дед Мороз раздал тем же детям 74 мармеладки так, что каждый мальчик получил на одну мармеладку больше, чем каждая девочка. Сколько всего было детей?
5	2. На клетчатой доске 5×5 Петя отмечает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки неперекрывающимися и не вылезающими за границу квадрата уголками из трёх клеток (уголки разрешается класть только «по клеточкам»). Какое наименьшее число клеток должен отметить Петя, чтобы Вася не смог выиграть?
6	3. На квадратном столе лежит квадратная скатерть так, что ни один угол стола не закрыт, но с каждой стороны стола свисает треугольный кусок скатерти. Известно, что какие-то два соседних куска равны. Докажите, что и два других куска тоже равны. (Скатерть нигде не накладывается сама на себя, ее размеры могут отличаться от размеров стола.)
7	4. Царь вызвал двух мудрецов. Он дал первому 100 пустых карточек и приказал написать на каждой по натуральному числу (числа не обязательно разные), не показывая их второму. Затем первый может сообщить второму несколько различных чисел, каждое из которых либо записано на какой-то карточке, либо равно сумме чисел на каких-то карточках (не уточняя, как именно каждое число получено). Второй должен определить, какие 100 чисел написаны на карточках. Если он этого не сможет, обоим отрубят головы; иначе из бороды каждого вырвут столько волосков, сколько чисел сообщил первый второму. Как мудрецам, не сговариваясь, остаться в живых и потерять минимальное количество волосков?
7	5. Дано несколько белых и несколько черных точек. От каждой белой точки идет стрелка в каждую черную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту из стрелок, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?
9	6. Из кубиков $1 \times 1 \times 1$ склеен куб $3 \times 3 \times 3$. Какое наибольшее количество кубиков можно из него выкинуть, чтобы осталась фигура с такими двумя свойствами: • со стороны любой грани исходного куба фигура выглядит как квадрат 3×3 (глядя перпендикулярно этой грани, мы не увидим просвета — видны 9 кубиков фигуры); • переходя в фигуре от кубика к кубику через их общую грань, можно от любого кубика добраться до любого другого?
9	7. На окружности отмечены 10 точек, занумерованные по часовой стрелке: $A_1, A_2, \ldots, A_{10}$, причём известно, что их можно разбить на пары симметричных относительно центра окружности. Изначально в каждой отмеченной точке сидит по кузнечику. Каждую минуту один из кузнечиков прыгает *вдоль окружности* через своего соседа так, чтобы расстояние между ними не изменилось. При этом нельзя пролетать над другими кузнечиками и попадать в точку, где уже сидит кузнечик. Через некоторое время оказалось, что какие-то 9 кузнечиков сидят в точках $A_1, A_2, \ldots, A_9$, а десятый кузнечик сидит на дуге $A_9A_{10}A_1$. Можно ли утверждать, что он сидит именно в точке A_{10}?

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, сложный вариант, 2 марта 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

3 — 1. Незнайка хвастается, что написал в ряд несколько единиц, поставил между каждыми соседними единицами знак «+» или «×», расставил скобки и получил выражение, значение которого равно 2014; более того, если в этом выражении заменить одновременно все знаки «+» на знаки «×», а знаки «×» на знаки «+», все равно получится 2014. Может ли он быть прав?

2. Верно ли, что любой выпуклый многоугольник можно по прямой разрезать на два меньших многоугольника с равными периметрами и

4 — а) равными наибольшими сторонами?

4 — б) равными наименьшими сторонами?

6 — 3. Царь вызвал двух мудрецов. Он дал первому 100 пустых карточек и приказал написать на каждой по положительному числу (числа не обязательно разные), не показывая их второму. Затем первый может сообщить второму несколько различных чисел, каждое из которых либо записано на какой-то карточке, либо равно сумме чисел на каких-то карточках (не уточняя, как именно каждое число получено). Второй должен определить, какие 100 чисел написаны на карточках. Если он этого не сможет, обоим отрубят головы; иначе из бороды каждого вырвут столько волосков, сколько чисел сообщил первый второму. Как мудрецам, не сговариваясь, остаться в живых и потерять минимальное количество волосков?

7 — 4. Дан многочлен двадцатой степени с целыми коэффициентами. На плоскости отметили все точки с целыми координатами, у которых ординаты не меньше 0 и не больше 10. Какое наибольшее число отмеченных точек может лежать на графике этого многочлена?

8 — 5. Дан треугольник, у которого нет равных углов. Петя и Вася играют в такую игру: за один ход Петя отмечает точку на плоскости, а Вася красит ее по своему выбору в красный или синий цвет. Петя выиграет, если какие-то три из отмеченных им и покрашенных Васей точек образуют одноцветный треугольник, подобный исходному. За какое наименьшее число ходов Петя сможет гарантированно выиграть (каков бы ни был исходный треугольник)?

9 — 6. Каждому городу в некоторой стране присвоен индивидуальный номер. Имеется список, в котором для каждой пары номеров указано, соединены города с данными номерами железной дорогой или нет. Оказалось, что, какие ни взять два номера M и N из списка, можно так перенумеровать города, что город с номером M получит номер N, но список по-прежнему будет верным. Верно ли, что, какие ни взять два номера M и N из списка, можно так перенумеровать города, что город с номером M получит номер N, город с номером N получит номер M, но список по-прежнему будет верным?

10 — 7. Многочлен $P(x)$ удовлетворяет условиям:

$$P(0) = 1; \quad (P(x))^2 = 1 + x + x^{100}Q(x), \text{ где } Q(x) - \text{некий многочлен.}$$

Докажите, что коэффициент при x^{99} в многочлене $(P(x) + 1)^{100}$ равен нулю.