Осенний тур **XXXVI** ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., ***сложный вариант*** *26 октября 2014 г.*

- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются*

Очки ***Задачи***

3 1. Восемь бизнесменов купили квадратный остров со стороной 300 м. Они хотят вырыть квадратный бассейн со стороной 20 м, а всю оставшуюся территорию разделить на 8 одинаковых треугольных участков для строительства коттеджей. Как это можно сделать?

4 2. У Змея Горыныча 2014 голов. Богатырь может срубить ему одним ударом меча 33, 21, 16 или 1 голову, но при этом у Змея вырастают соответственно 48, 0, 13 или 349 голов. Если отрублены все головы, то новых голов не вырастает. Сможет ли богатырь одолеть Змея?

4 3. На осеннем базовом туре Турнира городов каждый участник обнаружил ровно 25 знакомых. Количество участников осеннего сложного тура на 125 человек меньше, чем базового. Мог ли каждый участник сложного тура обнаружить ровно по 21 знакомому?

4. Дана квадратная таблица 7×7. В каждой ее клетке стоит либо плюс, либо минус. Обязательно ли в каких-то двух строках, или в каких-то двух столбцах одинаковое количество плюсов, если всего в таблице

2 а) 28 плюсов;

4 б) 27 плюсов?

5. Назовем натуральное число *ровным*, если в его записи все цифры одинаковы (например: 4, 111, 999999). Докажите, что

3 а) любое двузначное число можно представить как сумму не более чем 3 ровных чисел;

4 б) любое трехзначное число можно представить как сумму не более чем 4 ровных чисел.

6. Обозначим через $n!$ число, равное произведению всех различных натуральных чисел от 1 до n, например: $5! = 1{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5 = 120$, $10! = 1{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6{\cdot}7{\cdot}8{\cdot}9{\cdot}10$.
2 Можно ли все натуральные делители числа а) 5!; б) 10! (включая 1 и само
6 число) разбить на две группы так, чтобы в обеих группах было одинаковое количество чисел и произведение чисел первой группы равнялось произведению чисел второй группы?

9 7. Паутина имеет вид клетчатой сетки 4×4 узла (другими словами, это сетка 3×3 клетки). В каком-то ее углу сидит паук, а в некоторых 4 узлах к паутине приклеились мухи. За ход паук может переместиться в любой соседний с ним узел. Всегда ли пауку хватит 10 ходов, чтобы съесть всех мух?

Примечания. 1 Результаты осенних туров Турнира (минская проверка) **будут готовы 3 декабря** и будут размещены **в коридоре 2-го этажа, на стенде около ауд. 259 после 15.00, а также на сайте «ЮНИ-центра-XXI»:**

http://www:uni.bsu.by.

2. **Решения наиболее интересных задач** осенних туров будут рассказаны на научно-методическом семинаре учителей математики 12 ноября 2014 года **(ауд. 513 главного корпуса БГУ, нач. 16.00),** а также представлены на сайте http://www.uni.bsu.by. Просьба передать листок с задачами своим учителям – пусть это будет являться приглашением Вашего учителя на семинар.

Осенний тур **XXXVI** ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., ***сложный вариант*** *26 октября 2014 г.*

- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются*

Очки ***Задачи***

3 1. Восемь бизнесменов купили квадратный остров со стороной 300 м. Они хотят вырыть квадратный бассейн со стороной 20 м, а всю оставшуюся территорию разделить на 8 одинаковых треугольных участков для строительства коттеджей. Как это можно сделать?

4 2. У Змея Горыныча 2014 голов. Богатырь может срубить ему одним ударом меча 33, 21, 16 или 1 голову, но при этом у Змея вырастают соответственно 48, 0, 13 или 349 голов. Если отрублены все головы, то новых голов не вырастает. Сможет ли богатырь одолеть Змея?

4 3. На осеннем базовом туре Турнира городов каждый участник обнаружил ровно 25 знакомых. Количество участников осеннего сложного тура на 125 человек меньше, чем базового. Мог ли каждый участник сложного тура обнаружить ровно по 21 знакомому?

4. Дана квадратная таблица 7×7. В каждой ее клетке стоит либо плюс, либо минус. Обязательно ли в каких-то двух строках, или в каких-то двух столбцах одинаковое количество плюсов, если всего в таблице

2 а) 28 плюсов;

4 б) 27 плюсов?

5. Назовем натуральное число *ровным*, если в его записи все цифры одинаковы (например: 4, 111, 999999). Докажите, что

3 а) любое двузначное число можно представить как сумму не более чем 3 ровных чисел;

4 б) любое трехзначное число можно представить как сумму не более чем 4 ровных чисел.

6. Обозначим через $n!$ число, равное произведению всех различных натуральных чисел от 1 до n, например: $5! = 1{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5 = 120$, $10! = 1{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}4{\cdot}5{\cdot}6{\cdot}7{\cdot}8{\cdot}9{\cdot}10$.
2 Можно ли все натуральные делители числа а) 5!; б) 10! (включая 1 и само
6 число) разбить на две группы так, чтобы в обеих группах было одинаковое количество чисел и произведение чисел первой группы равнялось произведению чисел второй группы?

9 7. Паутина имеет вид клетчатой сетки 4×4 узла (другими словами, это сетка 3×3 клетки). В каком-то ее углу сидит паук, а в некоторых 4 узлах к паутине приклеились мухи. За ход паук может переместиться в любой соседний с ним узел. Всегда ли пауку хватит 10 ходов, чтобы съесть всех мух?

Примечания. 1 Результаты осенних туров Турнира (минская проверка) **будут готовы 3 декабря** и будут размещены **в коридоре 2-го этажа, на стенде около ауд. 259 после 15.00, а также на сайте «ЮНИ-центра-XXI»:**

http://www:uni.bsu.by.

2. **Решения наиболее интересных задач** осенних туров будут рассказаны на научно-методическом семинаре учителей математики 12 ноября 2014 года **(ауд. 513 главного корпуса БГУ, нач. 16.00),** а также представлены на сайте http://www.uni.bsu.by. Просьба передать листок с задачами своим учителям – пусть это будет являться приглашением Вашего учителя на семинар.