**Весенний тур**. ТРИДЦАТЬ ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

## 6-7 кл., базовый вариант 1 марта 2015 г.

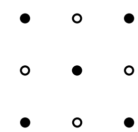
*Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются*

**Баллы** **Задачи**

**3** 1. Можно ли раскрасить грани куба в три цвета так, чтобы каждый цвет присутствовал, но нельзя было увидеть одновременно грани всех трех цветов, откуда бы мы ни взглянули на куб? (Одновременно можно увидеть только три любые грани, имеющие общую вершину.)

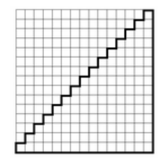
**2** 2. а) Существует ли такой пятиугольник, что все черные точки лежат *вне* него, а все белые – *внутри*? (Если да, то изобразите его, если нет, то объясните почему.)

**2** б) Существует ли такой шестиугольник, что все черные точки лежат *внутри* него, а все белые – *вне*? (Если да, то изобразите его, если нет, то объясните почему.)



**4** 3. Петя сложил следующие степени двойки: $2^5, 2^6, \ldots, 2^{10}$. Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?

**5** 4. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать лесенку из 15 ступеней (см. рисунок)? Резать можно только по границам клеток.



5. Дано $2n+1$ чисел ($n$ – натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2,…, два числа равны $n$. Можно ли эти числа записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального $m$ от 1 до $n$ между двумя числами, равными $m$, было расположено ровно $m$ других чисел, если

**1** а) n=10?

**4** б) n=2015?

***Весенний тур*** **XXXVI** ТУРНИР ГОРОДОВ

## 6-7 кл., *сложный вариант* *15 марта 2015 г.*

- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются*

**Очки** **Задачи**

**3** 1. Все жители Цветочного города пользуются необычными для нас мерами длины и времени. Так цветочный метр содержит 60 наших см, а цветочный километр – 600 наших метров, в одной цветочной минуте 100 обычных секунд, а в одном цветочном часе – 100 обычных минут. После легкоатлетического кросса Винтик всем рассказывал, что бежал со скоростью 50 м/мин и был на финише первым. Шпунтик спорил с ним, утверждая, что самым первым был он, и его скорость была равна 3 км/час. Кто же из них был первым на самом деле и какова была его скорость в обычных м/мин?

**4** 2. Секретная база окружена прозрачным извилистым забором в форме замкнутой ломанной из четырех звеньев без самопересечений, снаружи – болото. Через болото проложена прямая линия электропередач из 10 столбов, часть из которых стоят снаружи базы, а часть – внутри. Линия электропередач не проходит через вершины забора. Шпион обходит базу снаружи вдоль забора так, что забор всё время по правую руку от него. Каждый раз, оказавшись на линии электропередач, он считает, сколько всего столбов находится по левую руку от него (он их все видит). Мог ли шпион к моменту, когда он обошел весь забор, насчитать в сумме 17 столбов?

**5** 3. Вася и Петя играют в следующую игру. На доске написаны два числа: 1/2014 и 1/2015. На каждом ходу Вася называет любое число $x$, а Петя увеличивает одно из чисел на доске (какое захочет) на $x$. Вася выигрывает, если в какой-то момент одно из чисел на доске станет равным 1. Сможет ли Вася выиграть, как бы ни действовал Петя?

4. Каждая сторона некоторого многоугольника обладает таким свойством: на прямой, содержащей эту сторону, лежит ещё хотя бы одна вершина многоугольника. Может ли число вершин этого многоугольника

**3** а) не превосходить десяти;

**3** б) не превосходить девяти?

**3** 5. а) В таблицу $2\times n$ (где $n>2$) вписаны числа. Суммы во всех столбцах различны. Докажите, что можно переставить числа в таблице так, чтобы суммы в столбцах были различны и суммы в строках были различны.

**3** б) В таблицу $6\times 6$ вписаны числа. Суммы во всех столбцах различны. Всегда ли можно переставить числа в таблице так, чтобы суммы в столбцах, в строках и по диагоналям были различны?

**6** 6. Шесть футбольных команд в однокруговом турнире (т.е. каждая команда играет с каждой по разу) набрали 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков. Сколько очков начислялось за победу в матче, если за ничью начислялось одно очко, за поражение – 0.

**3** 7. а) Доказать, что из пяти последовательных натуральных чисел всегда можно выбрать одно, взаимно простое с остальными.

**4** б) Доказать, что найдется бесконечно много пятерок последовательных натуральных чисел, в которых найдутся два числа, взаимно простые с остальными и друг с другом.