Весенний тур. ТРИДЦАТЬ СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., базовый вариант *28 февраля* 2016 *г.*

Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются

Баллы	Задачи
3	1. Имеются 10 арбузов и весы, которые могут за одно взвешивание определить общий вес любых трех арбузов (на весы разрешается класть ровно три арбуза). Как за шесть таких взвешиваний определить общий вес всех арбузов?
4	2. По кругу стоят мальчики и девочки (есть и те, и другие), всего 20 детей. Известно, что у каждого мальчика сосед по часовой стрелке – ребёнок в синей футболке, а у каждой девочки сосед против часовой стрелки – ребёнок в красной футболке. Можно ли однозначно установить, сколько в круге мальчиков?
1	3. а) Существуют ли несколько целых чисел, сумма которых равна 16 и произведение которых равно 16?
3	б) Существует ли набор из 16 целых чисел, обладающих таким свойством?
5	4. В квадрате 6×6 все клетки левого верхнего квадрата 3×3 закрашены черным цветом, а остальные клетки – белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике черных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)
5	5. На листе бумаги синим карандашом нарисовали треугольник, а затем провели в нём красным карандашом медиану, биссектрису и высоту (возможно, не все из разных вершин), лежащие внутри треугольника. Получили разбиение треугольника на части. Мог ли среди этих частей оказаться равносторонний треугольник с красными сторонами?

Весенний тур. ТРИДЦАТЬ СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

8-9 кл., базовый вариант *28 февраля* 2016 *г.*

Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты

Баллы	Задачи
3	1. По кругу стоят мальчики и девочки (есть и те, и другие), всего 20 детей. Известно, что у каждого мальчика сосед по часовой стрелке – ребёнок в синей футболке, а у каждой девочки сосед против часовой стрелки – ребёнок в красной футболке. Можно ли однозначно установить, сколько в круге мальчиков?
4	2. В остроугольном треугольнике ABC угол C равен 60º. Пусть H – точка пересечения высот этого треугольника. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает прямые CA и CB в точках M и N соответственно. Докажите, что AN и BM параллельны (или совпадают).
5	3. Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016?
5	4. В квадрате 10×10 все клетки левого верхнего квадрата 5×5 закрашены черным цветом, а остальные клетки – белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике черных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)
5	5. На листе бумаги синим карандашом нарисовали треугольник, а затем провели в нём красным карандашом медиану, биссектрису и высоту (возможно, не все из разных вершин), лежащие внутри треугольника. Получили разбиение треугольника на части. Мог ли среди этих частей оказаться равносторонний треугольник с красными сторонами?

Весенний тур. ТРИДЦАТЬ СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

10-11 кл., базовый вариант *28 февраля* 2016 *г.*

Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются

Баллы	Задачи
4	1. Точку внутри выпуклого четырехугольника соединили со всеми вершинами и с четырьмя точками на сторонах (по одной на стороне). Четырёхугольник оказался разделен на восемь треугольников с одинаковыми радиусами описанных окружностей. Докажите, что исходный четырёхугольник – вписанный.
4	2. Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016?
4	3. В квадрате 10×10 все клетки левого верхнего квадрата 5×5 закрашены черным цветом, а остальные клетки – белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике черных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)
6	4. Фирма записала свои расходы в рублях по 100 статьям бюджета, получив список из 100 чисел (у каждого числа не более двух знаков после запятой). Каждый счетовод взял копию списка и находит приближённую сумму расходов, действуя следующим образом. Вначале он выбирает из списка любые два числа, складывает их, отбрасывает у суммы знаки после запятой (если они есть) и записывает результат вместо выбранных двух чисел. С полученным списком из 99 чисел он делает то же самое, и так далее, пока в списке не останется одно целое число. Оказалось, что в итоге все счетоводы получили разные результаты. Какое наибольшее число счетоводов могло работать в фирме?
	5. На каждом из 12 рёбер куба отметили его середину. Обязательно ли сфера проходит через все отмеченные точки, если известно, что она проходит
3	а) через какие-то 6 из отмеченных точек;
3	б) через какие-то 7 из отмеченных точек?