

ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 9 октября 2016 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

- 4 1. Взяли пять натуральных чисел и для каждой двух записали их сумму. Могло ли оказаться, что все 10 получившихся сумм оканчиваются разными цифрами?

Михаил Евдокимов

- 4 2. На прямой отмечено 4 точки и еще одна точка отмечена вне прямой. Всего существует 6 треугольников с вершинами в этих точках. Какое наибольшее количество из них могут быть равнобедренными?

Егор Бакаев

3. На окружности отмечено 100 точек. Эти точки нумеруются числами от 1 до 100 в некотором порядке.

- 2 а) Докажите, что при любой нумерации точки можно разбить на пары так, чтобы отрезки, соединяющие точки в парах, не пересекались, а все суммы в парах были нечетными.

- 2 б) Верно ли, что при любой нумерации можно разбить точки на пары так, чтобы отрезки, соединяющие точки в парах, не пересекались, а все суммы в парах были четными?

Павел Кожевников

- 5 4. Даны параллелограмм $ABCD$ и точка K такая, что $AK = BD$. Точка M — середина CK . Докажите, что $\angle BMD = 90^\circ$.

Егор Бакаев

- 5 5. Сто медвежат нашли в лесу ягоды: самый младший успел схватить 1 ягоду, медвежонок постарше — 2 ягоды, следующий — 4 ягоды, и так далее, самому старшему досталось 2^{99} ягод. Лиса предложила им поделить ягоды «по справедливости». Она может подойти к двум медвежатам и распределить их ягоды поровну между ними, а если при этом возникает лишняя ягода, то лиса её съедает. Такие действия она продолжает до тех пор, пока у всех медвежат не станет ягод поровну. Какое наименьшее количество ягод может оставить медвежатам лиса?

Егор Бакаев

ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 9 октября 2016 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

- 4
1. Две параболы с различными вершинами являются графиками квадратных трёхчленов со старшими коэффициентами p и q . Известно, что вершина каждой из парабол лежит на другой параболе. Чему может быть равно $p + q$?

Наири Седракян

- 5
2. На прямой отмечено 100 точек, и еще одна точка отмечена вне прямой. Рассмотрим все треугольники с вершинами в этих точках. Какое наибольшее количество из них могут быть равнобедренными?

Егор Бакаев

- 5
3. Сто медвежат нашли в лесу ягоды: самый младший успел схватить 1 ягоду, медвежонок постарше — 2 ягоды, следующий — 4 ягоды, и так далее, самому старшему досталось 2^{99} ягод. Лиса предложила им поделить ягоды «по справедливости». Она может подойти к двум медвежатам и распределить их ягоды поровну между ними, а если при этом возникает лишняя ягода, то лиса её съедает. Такие действия она продолжает до тех пор, пока у всех медвежат не станет ягод поровну. Какое наибольшее количество ягод может съесть лиса?

Егор Бакаев

- 5
4. Петя нарисовал многоугольник площадью 100 клеток, проводя границы по линиям квадратной сетки. Он проверил, что его можно разрезать по границам клеток и на 2 равных многоугольника, и на 25 равных многоугольников. Обязательно ли тогда его можно разрезать по границам клеток и на 50 равных многоугольников?

Егор Бакаев

- 6
5. Докажите, что в прямоугольном треугольнике ортоцентр треугольника, образованного точками касания сторон с вписанной окружностью, лежит на высоте, проведенной из прямого угла. (Ортоцентр треугольника — точка пересечения его высот.)

Алексей Заславский