ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 26 февраля 2017 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи	
3	1.	Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается (в десятичной записи) на 2016 и делится на 2017.
4	2.	Докажите, что на графике любого квадратного трёхчлена со старшим коэффициентом 1, имеющего ровно один корень, найдётся такая точка (p, q), что трёхчлен $x^2 + px + q$ также имеет ровно один корень.
5	3.	Из вершины A остроугольного треугольника ABC по биссектрисе угла A выпустили бильярдный шарик, который отразился от стороны BC по закону «угол падения равен углу отражения» и дальше катился по прямой, уже ни от чего не отражаясь. Докажите, что если $\angle A = 60°$, то траектория шарика проходит через центр описанной окружности треугольника ABC.
5	4.	В ряд стоят 100 детей разного роста. Разрешается выбрать любых 50 детей, стоящих подряд, и переставить их между собой как угодно (остальные остаются на своих местах). Как всего за 6 таких перестановок гарантированно построить всех детей по убыванию роста слева направо?
	5.	
2	а)	На каждой стороне 10-угольника (не обязательно выпуклого) как на диаметре построили окружность. Может ли оказаться, что все эти окружности имеют общую точку, не совпадающую ни с одной вершиной 10-угольника?
3	б)	Решите ту же задачу для 11-угольника.

ТРИДЦАТЬ ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 26 февраля 2017 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Дан правильный 12-угольник $A_1A_2\dots A_{12}$. Можно ли из 12 векторов $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_2A_3}$, $\dots$, $\overrightarrow{A_{11}A_{12}}$, $\overrightarrow{A_{12}A_1}$ выбрать 7, сумма которых равна нулевому вектору?
4	2. Даны две концентрические окружности и точка A внутри меньшей окружности. Угол величиной α с вершиной в A высекает на этих окружностях по дуге. Докажите, что если дуга большей окружности имеет угловой размер α, то и дуга меньшей имеет угловой размер α.
5	3. В каждую клетку квадрата 1000×1000 вписано число так, что в любом не выходящем за пределы квадрата прямоугольнике площади s со сторонами, проходящими по границам клеток, сумма чисел одна и та же. При каких s числа во всех клетках обязательно будут одинаковы?
5	4. По кругу стоят 10 детей разного роста. Время от времени один из них перебегает на другое место (между какими-то двумя детьми). Дети хотят как можно скорее встать по росту в порядке возрастания по часовой стрелке (от самого низкого к самому высокому). Какого наименьшего количества таких перебежек им заведомо хватит, как бы они ни стояли изначально?
6	5. Графики двух квадратных трехчленов пересекаются в двух точках. В обеих точках касательные к графикам перпендикулярны. Верно ли, что оси симметрии графиков совпадают?