ТРИДЦАТЬ ДЕВЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 25 февраля 2018 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

1. На доске 6×6 расставили 6 не угрожающих друг другу ладей. Затем каждое не занятое ладьей поле покрасили по такому правилу: если ладьи, угрожающие этому полю, находятся от него на одинаковом расстоянии, то это поле закрашивают в красный цвет, а если на разном — то в синий цвет. Могли ли все не занятые поля оказаться

1 а) красными;

2 б) синими?

4 2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили точку K, а на катете AC — точку L так, что $AK = AC$, $BK = LC$. Отрезки BL и CK пересекаются в точке M. Докажите, что треугольник CLM равнобедренный.

3. В квадрате 4×4 расставили целые числа так, что в каждом из восьми рядов (строках и столбцах) сумма чисел одна и та же. Семь чисел известны, а остальные скрыты (см. рисунок). Можно ли по имеющимся данным восстановить

1	?	?	2
?	4	5	?
?	6	7	?
3	?	?	?

2 а) хотя бы одно скрытое число;

2 б) хотя бы два скрытых числа?

4 4. Даны три натуральных числа. Каждое из данных чисел делится на наибольший общий делитель остальных двух. Наименьшее общее кратное каждых двух из данных чисел делится на оставшееся третье. Обязательно ли все три числа равны?

5 5. На плоскости отметили 30 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой, и провели 7 красных прямых, не проходящих через отмеченные точки. Могло ли случиться, что каждый отрезок, соединяющий какие-то две отмеченные точки, пересекается хоть с одной красной прямой?

ТРИДЦАТЬ ДЕВЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 25 февраля 2018 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Биссектриса и высота, проведённые из одной вершины некоторого треугольника, делят его противоположную сторону на три отрезка. Может ли оказаться, что из этих отрезков можно сложить треугольник?
4	2. Даны четыре натуральных числа. Каждое из данных чисел делится на наибольший общий делитель остальных трёх. Наименьшее общее кратное каждых трёх из данных чисел делится на оставшееся четвёртое. Докажите, что произведение данных чисел — точный квадрат.
4	3. Две окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке T. К ним проведена общая внешняя касательная, касающаяся первой окружности в точке A, а второй — в точке B. Общая касательная к окружностям, проведенная в точке T, пересекает прямую AB в точке M. Пусть AC — диаметр первой окружности. Докажите, что отрезки CM и AO_2 перпендикулярны.
5	4. В углу шахматной доски 8×8 стоит фишка. Петя и Вася двигают фишку по очереди, начинает Петя. Он делает фишкой один ход как ферзём (пройденной считается только клетка, куда в итоге переместилась фишка), а Вася — два хода как королем (обе клетки считаются пройденными). Нельзя ставить фишку на клетку, где она уже бывала (включая исходную клетку). Кто не сможет сделать ход — проигрывает. Кто из ребят может играть так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?
5	5. В каждой вершине выпуклого многогранника сходятся три грани. Каждая грань покрашена в красный, жёлтый или синий цвет. Докажите, что число вершин, в которых сходятся грани трёх разных цветов, чётно.