Осенний тур. СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 классы **базовый вариант** 07 *октября* 2018 г.

• Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;

• баллы за пункты одной задачи суммируются

Баллы	***Задачи***
	1. Художник Ярослав хочет закрасить несколько клеток доски размером 8×8, соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной. Может ли он закрасить таким образом
1	а) 40 клеток;
1	б) 41 клетку;
2	в) 42 клетки?
4	2. Сергей и Игорь изучают четырёхзначные числа, первая цифра которых 9 (т.е. числа вида $\overline{9abc}$). Они хотят выписать все четырёхзначные числа, у которых есть ровно две одинаковые цифры. Помогите им определить, сколько таких чисел.
4	3. По дороге движется некоторый секретный объект. За ним в течение минуты ведется наблюдение с нескольких спутников. Каждый спутник следил за объектом ровно 20 секунд, за которые объект проезжал ровно 200 м. Объект ни на секунду не остается без присмотра. Мог ли он проехать 800 метров за минуту? (Объект может двигаться неравномерно.)
2	4. Можно ли числа а) 1, 2, 3, …, 2016;
3	б) 1, 2, 3, …, 2018 разбить на пары так, что если сложить числа в каждой паре и результаты перемножить, получится квадрат натурального числа?
5	5. На столе лежит куча из 2018 камней. Из неё убирают один камень и кучу делят на три (не обязательно поровну). Затем из какой-нибудь кучи, содержащей больше трех камней, снова убирают один камень и снова кучу делят на три, и так далее. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучи, состоящие из трёх камней?

Осенний тур. СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

8-9 классы **базовый вариант** 07 *октября* 2018 г.

• Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;

• баллы за пункты одной задачи суммируются

Баллы	***Задачи***
4	1. Окружность, проходящая через вершину B прямого угла и середину гипотенузы прямоугольного треугольника ABC, пересекает катеты этого треугольника в точках M и N. Оказалось, что $AC = 2{\cdot}MN$. Докажите, что M и N – середины катетов треугольника ABC.
4	2. Найдите все натуральные n, удовлетворяющие условию: числа 1, 2, 3, …, $2n$ можно разбить на пары так, что если сложить числа в каждой паре и результаты перемножить, получится квадрат натурального числа.
1	3. Клетчатый прямоугольник размера 7×14 разрезали по линиям сетки на квадраты 2×2 и уголки из трех клеток. Могло ли квадратов получится: а) столько же, сколько уголков;
3	б) больше, чем уголков?
5	4. У Насти есть пять одинаковых с виду монет, среди которых три настоящие – весят одинаково – и две фальшивые: одна тяжелее настоящей, а вторая на столько же легче настоящей. Эксперт по просьбе Насти сделает на двухчашечных весах без гирь три взвешивания, которые она укажет, после чего сообщит Насте результаты. Может ли Настя выбрать взвешивания так, чтобы по их результатам гарантировано определить обе фальшивые монеты и указать, какая из них более тяжелая, а какая более легкая?
5	5. Назовем девятизначное число *красивым*, если все его цифры различны. Докажите, что существует по крайней мере 1000 красивых чисел, каждое из которых делится на 37.