СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 3 марта 2019 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. В ряд выписаны несколько натуральных чисел с суммой 20. Никакое число и никакая сумма нескольких подряд записанных чисел не равна 3. Могло ли быть выписано больше 10 чисел?
4	2. По кругу лежат $2n+1$ монет орлом вверх. Двигаясь по часовой стрелке, делают $2n+1$ переворотов: переворачивают какую-то монету, одну монету пропускают и переворачивают следующую, две монеты пропускают и переворачивают следующую, три монеты пропускают и переворачивают следующую, и т.д., наконец пропускают $2n$ монет и переворачивают следующую. Докажите, что теперь ровно одна монета лежит решкой вверх.
4	3. Произведение натуральных чисел m и n делится на их сумму. Докажите, что $m+n \leq n^2$.
5	4. В прямоугольник $ABCD$ вписывают равнобедренные треугольники с заданным углом α при вершине, противолежащей основанию, так, что эта вершина лежит на отрезке BC, а концы основания — на отрезках AB и CD. Докажите, что середины оснований у всех таких треугольников совпадают.
5	5. Фокусник с помощником показывают фокус. В ряд стоят 12 закрытых пустых шкатулок. Фокусник уходит, а зритель на виду у помощника прячет по монетке в любые две шкатулки по своему выбору. Затем возвращается фокусник. Помощник открывает одну шкатулку, в которой нет монетки. Далее фокусник указывает на 4 шкатулки, и их одновременно открывают. Цель фокусника — открыть обе шкатулки с монетками. Предложите способ, как договориться фокуснику с помощником, чтобы этот фокус всегда удавался.

СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 3 марта 2019 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
4	1. Расстояние от некоторой точки внутри правильного шестиугольника до трёх его последовательных вершин равны 1, 1 и 2 соответственно. Чему равна сторона этого шестиугольника?
4	2. Натуральные числа a и b таковы, что $a^{n+1} + b^{n+1}$ делится на $a^n + b^n$ для бесконечного множества различных натуральных n. Обязательно ли тогда $a = b$?
4	3. Докажите, что любой треугольник можно разрезать на 2019 четырёхугольников, каждый из которых одновременно вписанный и описанный.
5	4. Фокусник с помощником показывают фокус. В ряд стоят 13 закрытых пустых шкатулок. Фокусник уходит, а зритель на виду у помощника прячет по монетке в любые две шкатулки по своему выбору. Затем возвращается фокусник. Помощник открывает одну шкатулку, в которой нет монетки. Далее фокусник указывает на 4 шкатулки, и их одновременно открывают. Цель фокусника — открыть обе шкатулки с монетками. Предложите способ, как договориться фокуснику с помощником, чтобы этот фокус всегда удавался.
5	5. В ряд выписаны несколько натуральных чисел с суммой 2019. Никакое число и никакая сумма нескольких подряд записанных чисел не равна 40. Какое наибольшее количество чисел могло быть выписано?