

13 октября 2019 г.

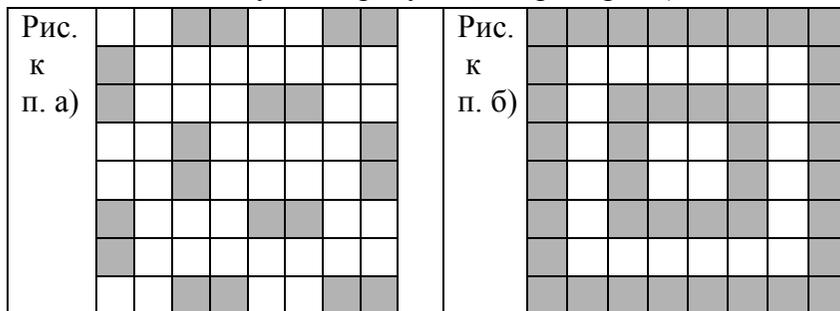
- Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;
- баллы за пункты одной задачи суммируются

Баллы**Задачи**

1. Можно ли отметить на доске 8×8 несколько клеток так, чтобы любая (в том числе и отмеченная) клетка граничила по стороне а) ровно с одной отмеченной клеткой?
б) ровно с двумя отмеченными клетками?
2. В автомобиль установили 4 новых одинаковых покрышки. Известно, что на передних колесах эти покрышки стираются за 28 000 км, а на задних колесах – за 42 000 км. Через сколько километров после установки надо поменять покрышки местами, чтобы все они стерлись одновременно?
3. В социальной сети имеется группа, состоящая из 2019 подписчиков. Среди них есть парни и девушки. Анна ведёт переписку с двумя парнями из подписчиков группы, Белла – с тремя, Вера – с четырьмя и так далее все девушки-подписчицы до администратора группы, которая ведёт переписку со всеми парнями, подписанными на её группу. Сколько парней подписано на эту группу?
4. В каждой клетке полоски длины 10 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 3 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?
5. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?

№ 1. Ответ в обоих случаях – да.

Есть и соответствующие рисунки, например в б):

**№ 2. Ответ. Через 16 800 км.**

Пусть x км – автомобиль проезжает до смены покрышек, y км – после. Тогда покрышки, изначально стоявшие на передних колесах, сотрутся до замены на $x/28000$, а потом на $y/42000$, после чего полностью сотрутся, т.е. $x/28000 + y/42000 = 1$. Аналогично, $x/42000 + y/28000 = 1$. Решая полученную систему уравнений, получаем, что $x = y = 16800$.

№ 3. Ответ: 1010.Решение. Пусть подписчиц группы n . Получаем такую таблицу:

Номер девушки по счёту	Имя девушки	Количество парней, с которыми переписывается
1	Анна	$2=1+1$
2	Белла	$3=1+2$
3	Вера	$4=1+3$
.....
N	Администратор	$n+1=1+n$

Заметим, что поскольку по условию задачи администратор переписывается со всеми парнями в группе, то парней всего $n+1$. Всего подписчиков 2019, значит $n + (n+1) = 2019$. Из уравнения находим, что $n = 1009$. Тогда парней 1010.

№ 4. Ответ: за 5 руб.

Решение. Перенумеруем клетки, в которых стоят фишки по порядку от 1 до 10. После выполнения всех перестановок каждая фишка изменит четность. «Бесплатные» перестановки не меняют четность позиции фишки, а платными перестановками можно за один ход менять четность сразу двух фишек, тогда понадобится не менее 5 ходов и соответственно 5 руб.

Пример на 5 платных ходов есть:

Номера клеток										
Исх. положение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Здесь Указаны бесплатные перестановки	5				1				9	
	5				9				1	
	9				5				1	
		6				2				10
		6				10				2
		10				6				2
			7				3			
				8				4		
получилось:	9	10	7	8	5	6	3	4	1	2

Теперь после того, что получилось, осталось поменять местами фишки в соседних парах.

№ 5. Ответ: Только, если тройка трэф находится в крайних положениях.

Из условия мы должны понять, что фокусник знает положение тройки, и тогда, если зритель называет крайнюю карту, то фокусник выкинет такую, чтобы тройка осталась. В то же время, если зритель будет называть одну из двух карт в середине (при четном количестве карт), или среднюю (при нечетном), то все некрайние карты постепенно будут выброшены.