

- Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;
- баллы за пункты одной задачи суммируются

**Бал****Задачи****лы**

1. Можно ли отметить на доске  $8 \times 8$  несколько клеток так, чтобы любая (в том числе и отмеченная) клетка граничила по стороне а) ровно с одной отмеченной клеткой?  
2 б) ровно с двумя отмеченными клетками?
2. В автомобиль установили 4 новых одинаковых покрышки. Известно, что на передних колесах эти покрышки стираются за 28 000 км, а на задних колесах – за 42 000 км. Через сколько километров после установки надо поменять покрышки местами, чтобы все они стерлись одновременно?
3. В социальной сети имеется группа, состоящая из 2019 подписчиков. Среди них есть парни и девушки. Анна ведёт переписку с двумя парнями из подписчиков группы, Белла – с тремя, Вера – с четырьмя и так далее все девушки-подписчицы до администратора группы, которая ведёт переписку со всеми парнями, подписанными на её группу. Сколько парней подписано на эту группу?
4. В каждой клетке полоски длины 10 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 3 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?
5. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?

- Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты

БалЗадачилы

- 4 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?
- 4 2. Дана окружность  $\omega$  с центром  $O$  и две её различные точки  $A$  и  $C$ . Для любой другой точки  $P$  на  $\omega$  отметим середины  $X$  и  $Y$  отрезков  $AP$  и  $CP$  и построим точку  $H$  пересечения высот треугольника  $OXY$ . Докажите, что положение точки  $H$  не зависит от выбора точки  $P$ .
- 4 3. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 3 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?
- 5 4. Даны целые числа  $a_1, \dots, a_{1000}$ . По кругу записаны их квадраты  $a_1^2, \dots, a_{1000}^2$ . Сумма любых 41 подряд идущих квадратов на круге делится на  $41^2$ . Верно ли, что каждое из чисел  $a_1, \dots, a_{1000}$  делится на 41?
- 5 5. У Васи есть неограниченный запас брусков  $1 \times 1 \times 3$  и уголков из трёх кубиков  $1 \times 1 \times 1$ . Вася целиком заполнил ими коробку  $m \times n \times k$ , где  $m, n$  и  $k$  – целые числа, большие чем 1. Докажите, что можно было обойтись лишь уголками.

- Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты

БалЗадачилы

- 3 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?
- 4 2. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$  такой, что  $AE \parallel CD$  и  $AB = BC$ . Биссектрисы его углов  $A$  и  $C$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что  $BK \parallel AE$ .
- 4 3. Любое число  $x$ , написанное на доске, разрешается заменить либо на  $3x+1$ , либо на  $[x/2]$  (наибольшее целое число, не превосходящее  $x/2$ ). Докажите, что если вначале написано 1, то такими операциями можно получить любое натуральное число.
- 5 4. Дан многоугольник, у которого любые две соседние стороны перпендикулярны. Назовем две его вершины *не дружными*, если биссектрисы многоугольника, выходящие из этих вершин, перпендикулярны. Докажите, что для любой вершины количество не дружных с ней вершин чётно.
- 5 5. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 4 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?