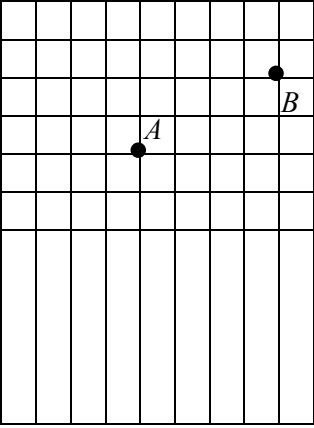


• Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;

• баллы за пункты одной задачи суммируются

БалЗадачилы

1. Назовем сложностью целого числа  $n > 1$  количество сомножителей в его разложении на простые множители (например, сложность чисел 4 и 6 равна 2).
- 1 а) Вычислите сложность числа 500. Определите, сколько чисел, идущих подряд за числом 500, имеют сложность не большую, чем сложность самого числа 500.
- 3 б) Ответьте на эти же вопросы для числа 512.
2. У Васи есть две «печати-тримино», или, другими словами, печати, черные красящие поверхности которых имеют вид двух тримино: полоски и уголка, состоящих из трех клеток.
- 2 а) Может ли Вася, используя только печать в виде полоски и приложив ее несколько раз к листу бумаги, получить клетчатый квадрат  $8 \times 8$ , все клетки которого, кроме одной угловой, черные?
- 1 б) Тот же вопрос для клетчатого квадрата  $16 \times 16$  (вновь без одной угловой клетки).
- 3 в) Тот же вопрос для клетчатого квадрата  $16 \times 16$  без одной угловой клетки, но с использованием только печати в виде уголка?
3. Назовем пару  $(m, n)$  различных натуральных чисел  $m$  и  $n$  хорошей, если произведения  $mn$  и  $(m+1) \cdot (n+1)$  – точные квадраты.
- 3 а) Найдется ли для числа  $m = 2$  хотя бы одно такое  $n > m$ , что пара  $(m, n)$  – хорошая?
- 3 б) Тот же вопрос для числа  $m = 4$ .
- 6 4. У каждого ребенка в детском саду есть по три шарика. Шарик бывает двух цветов: красного и синего. Оказалось, что у 20 детей есть хотя бы по два красных шарика, у 30 детей есть хотя бы по два синих шарика и у 40 детей есть два шарика разных цветов. У скольких детей все три шарика одного цвета?
- 6  5. Любознательный турист хочет прогуляться по улицам Старого города от вокзала (точка А на плане) до своего отеля (точка В). Турист хочет посетить как можно больше перекрестков, но дважды оказываться на одном и том же перекрестке ему неинтересно, и он так не делает. Какое наибольшее число перекрестков сможет посетить турист? (Перекрестки, совпадающие с точками А и В, а также на границе плана считаются.)
- 8 6. В Пещере Чудес находятся несколько корзин, во всех вместе лежат 2019 монет. Аладдин может сначала забрать себе несколько корзин с монетами, после чего вынуть несколько монет из оставшихся корзин. Аладдин сможет выйти из Пещеры Чудес, если будут выполнены условия: в Пещере Чудес останется как минимум 100 монет, и кроме того, во всех оставшихся корзинах монет будет поровну. Докажите, что Аладдин сможет покинуть Пещеру Чудес.
- 5 7. а) 12 мальчиков и девочек сидят по кругу. У каждого ребенка в руках табличка, на которой указано количество мальчиков среди следующих детей: самого ребенка, который держит табличку, и его соседей (например, мальчик, сидящий между двумя девочками, держит в руках табличку с числом 1, а девочка, сидящая между двумя мальчиками – табличку с числом 2). Можно ли по числам на табличках гарантированно определить, какие из детей – мальчики?
- 6 б) Тот же вопрос для 20 детей.