СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 16 февраля 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

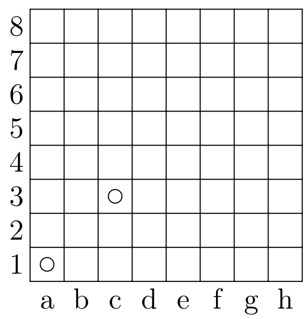
4 — 1. Карта Квадрландии представляет собой квадрат 6×6 клеток. Каждая клетка — либо королевство, либо спорная территория. Королевств всего 27, а спорных территорий 9. На спорную территорию претендуют все королевства по соседству и только они (то есть клетки, соседние со спорной по стороне или вершине). Может ли быть, что на каждые две спорные территории претендует разное число королевств?

4 — 2. Какое наибольшее количество различных целых чисел можно выписать в ряд так, чтобы сумма каждых 11 подряд идущих чисел равнялась 100 или 101?

4 — 3. На диагонали AC ромба $ABCD$ построен параллелограмм $APQC$ так, что точка B лежит внутри него, а сторона AP равна стороне ромба. Докажите, что B — точка пересечения высот треугольника DPQ.

5 — 4. Целое число n таково, что уравнение $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=n$ имеет решение в целых числах x, y, z. Докажите, что тогда и уравнение $x^2+y^2-xy=n$ имеет решение в целых числах x, y.

5 — 5. На доске 8×8 в клетках a1 и c3 стоят две одинаковые фишки. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. В свой ход игрок выбирает любую фишку и сдвигает её либо по вертикали вверх, либо по горизонтали вправо на любое число клеток. Выиграет тот, кто сделает ход в клетку h8. Кто из игроков может действовать так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл соперник? В одной клетке может стоять только одна фишка, прыгать через фишку нельзя.



СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 16 февраля 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи	
4	1.	Можно ли в каждую клетку таблицы 40×41 записать по целому числу так, чтобы число в каждой клетке равнялось количеству тех соседних с ней по стороне клеток, в которых написано такое же число?
4	2.	Обсуждая в классе зимние каникулы, Саша сказал: «Теперь, после того как я слетал в Аддис-Абебу, я встречал Новый год во всех возможных полусферах Земли, кроме одной!» В каком минимальном количестве мест встречал Новый год Саша? Места, где Саша встречал Новый год, считайте точками на сфере. Точки на границе полусферы считаются не принадлежащими этой полусфере.
5	3.	По кругу стоят буквы A и B, всего 41 буква. Можно заменять ABA на B и наоборот, а также BAB на A и наоборот. Верно ли, что из любого начального расположения можно получить такими операциями круг, на котором стоит ровно одна буква?
	4.	Существует ли непостоянный многочлен $p(x)$ с действительными коэффициентами, который можно представить в виде суммы $a(x)+b(x)$, где $a(x)$ и $b(x)$ — квадраты многочленов с действительными коэффициентами,
2	а)	ровно одним способом;
3	б)	ровно двумя способами?
		Способы, отличающиеся лишь порядком слагаемых, считаются одинаковыми.
5	5.	Даны две окружности, пересекающиеся в точках P и Q. Произвольная прямая ℓ, проходящая через Q, повторно пересекает окружности в точках A и B. Прямые, касающиеся окружностей в точках A и B, пересекаются в точке C, а биссектриса угла CPQ пересекает прямую AB в точке D. Докажите, что все точки D, которые можно так получить, выбирая по-разному прямую ℓ, лежат на одной и той же окружности.