Осенний тур. СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., базовый вариант 11 *октября* 2020 г.

- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;*

Баллы		***Задачи***
3	1.	Таблица 5×5 заполнена нулями. За ход разрешается прибавить к любым трем числам таблицы по 1. Можно ли за несколько ходов заполнить эту таблицу числами 1,2,3, ..., 25?
4	2.	В ряд выстроились 50 школьников. Среди них 15 учеников 7 «А» класса, 10 учеников 7 «Б» класса, 10 учеников 7 «В» класса и еще 15 шестиклассников. Известно, что никакие два семиклассника из разных классов не стоят рядом. Докажите, что какие-то три школьника, стоящие подряд, учатся в одном и том же классе.
5	3.	Найдите наименьшее натуральное число такое, что суммы подряд идущих его цифр дают все натуральные числа от 1 до 9 (сама цифра считается суммой с одним слагаемым).
5	4.	Пусть p и q – такие целые числа, что $(16p + 17q)(17p + 16q)$ делится на 11. Докажите, что $(16p + 17q)(17p + 16q)$ делится на 121.
6	5.	Директор зоопарка приобрёл восемь слонов с номерами 1, 2, ..., 8. Какие у них были массы, он забыл, но запомнил, что масса каждого слона, начиная с третьего, равнялась сумме масс двух предыдущих. Вдруг до директора дошёл слух, что один слон похудел. Как ему за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти этого слона или убедиться, что это всего лишь слух? (Ему известно, что ни один слон не потолстел, а похудеть мог максимум один.)

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 11 октября 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи	
3	1.	На окружности отмечено 100 точек. Может ли при этом оказаться ровно 1000 прямоугольных треугольников, все вершины которых — отмеченные точки?
	2.	Группа из восьми теннисистов раз в год разыгрывала кубок по олимпийской системе (игроки по жребию делятся на 4 пары; выигравшие делятся по жребию на две пары, играющие в полуфинале; их победители играют финальную партию). Через несколько лет оказалось, что каждый с каждым сыграл ровно один раз. Докажите, что
2	а)	каждый побывал в полуфинале более одного раза;
3	б)	каждый побывал в финале.
5	3.	В куче n камней, играют двое. За ход можно взять из кучи количество камней, либо равное простому делителю текущего числа камней в куче, либо равное 1. Выигрывает взявший последний камень. При каких n начинающий может играть так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
5	4.	Дан равносторонний треугольник со стороной d и точка P, расстояния от которой до вершин треугольника равны положительным числам a, b и c. Докажите, что найдётся равносторонний треугольник со стороной a и точка Q, расстояния от которой до вершин этого треугольника равны b, c и d.
5	5.	Директор зоопарка приобрёл восемь слонов с номерами 1, 2, ..., 8. Какие у них были массы, он забыл, но запомнил, что масса каждого слона, начиная с третьего, равнялась сумме масс двух предыдущих. Вдруг до директора дошёл слух, что один слон похудел. Как ему за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти этого слона или убедиться, что это всего лишь слух? (Ему известно, что ни один слон не потолстел, а похудеть мог максимум один.)

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 11 октября 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи
3	1. Каждый из квадратных трёхчленов $P(x)$, $Q(x)$ и $P(x)+Q(x)$ с действительными коэффициентами имеет кратный корень. Обязательно ли все эти корни совпадают?
4	2. На прямой отметили точки $X_1, \ldots, X_{10}$ (именно в таком порядке) и построили на отрезках X_1X_2, X_2X_3, $\ldots$, X_9X_{10} как на основаниях равнобедренные треугольники с углом α при вершинах. Оказалось, что все эти вершины лежат на полуокружности с диаметром X_1X_{10}. Найдите α.
5	3. Натуральное число N кратно 2020. В его десятичной записи все цифры различны, причём если любые две из них поменять местами, получится число, не кратное 2020. При каком количестве цифр в десятичной записи числа N такое возможно?
5	4. Стороны треугольника разделены основаниями биссектрис на два отрезка каждая. Обязательно ли из шести образовавшихся отрезков можно составить два треугольника?
	5. По кругу лежит 101 монета, каждая весит 10 г или 11 г. Докажите, что найдётся монета, для которой суммарная масса k монет слева от неё равна суммарной массе k монет справа от неё, если
3	а) $k = 50$;
3	б) $k = 49$.