• *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются*

Баллы

Задачи

1. Имеется прямоугольный стол, разделённый на ячейки, и большое количество одинаковых монет. Два игрока кладут по очереди по одной монете в свободную ячейку стола или две монеты в две свободные соседние по стороне ячейки (по одной монете в каждую ячейку) до тех пор, пока это возможно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре (опишите стратегию), если размеры стола:

1 а) 5×5;

1 б) 4×5;

2 в) $n \times m$?

4 2. Можно ли расставить на поле 4×4 шахматного короля, две ладьи и два слона так, чтобы фигуры не били друг друга? (Все фигуры бьют по шахматным правилам.)

5 3. Может ли произведение каких-то 9 последовательных натуральных чисел равняться сумме (может быть, других) 9 последовательных натуральных чисел?

5 4. У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 101, 102, 104, 105 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантировано определить, где какая гиря? (Каждое следующее взвешивание выбирается по результатам всех предыдущих.)

6 5. В треугольнике ABC провели высоты AX и BZ, а также биссектрисы AY и BT. Известно, что углы XAY и ZBT равны. Обязательно ли треугольник ABC равнобедренный?

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 14 марта 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

4 1. Может ли произведение каких-то 9 последовательных натуральных чисел равняться сумме (может быть, других) 9 последовательных натуральных чисел?

4 2. В треугольнике ABC провели высоты AX и BZ, а также биссектрисы AY и BT. Известно, что углы XAY и ZBT равны. Обязательно ли треугольник ABC равнобедренный?

4 3. У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 1001, 1002, 1004 и 1005 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантированно определить, где какая гиря? (Следующее взвешивание выбирается по результатам прошедших.)

4.

3 а) Можно ли разрезать квадрат на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?

3 б) А можно ли разрезать равносторонний треугольник на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?

5. На клетчатой доске лежат доминошки, не касаясь даже углами. Каждая доминошка занимает две соседние (по стороне) клетки доски. Нижняя левая и правая верхняя клетки доски свободны. Всегда ли можно пройти из левой нижней клетки в правую верхнюю, делая ходы только вверх и вправо на соседние по стороне клетки и не наступая на доминошки, если доска имеет размеры

2 а) 100×101 клеток;

4 б) 100×100 клеток?

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 14 марта 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи	
	1.	
2	а)	Выпуклый пятиугольник разбили непересекающимися диагоналями на три треугольника. Могут ли точки пересечения медиан этих треугольников лежать на одной прямой?
2	б)	Тот же вопрос для невыпуклого пятиугольника.
	2.	
2	а)	У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 1000, 1002, 1004 и 1005 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантированно определить, где какая гиря? (Следующее взвешивание выбирается по результатам прошедших.)
2	б)	Тот же вопрос, если у весов левая чашка на 1 г легче правой, так что весы показывают равенство, если масса на левой чашке на 1 г больше, чем на правой.
5	3.	При каких натуральных n найдутся n последовательных натуральных чисел, произведение которых равно сумме (может быть, других) n последовательных натуральных чисел?
5	4.	Как известно, квадратное уравнение имеет не более двух корней. А может ли уравнение $[x^2]+px+q=0$ при $p\neq 0$ иметь более 100 корней? ($[x^2]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x^2.)
6	5.	Пусть O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC, точка M — середина стороны AC. Прямая BO пересекает высоты AA_1 и CC_1 в точках H_a и H_c соответственно. Описанные окружности треугольников BH_aA и BH_cC вторично пересекаются в точке K. Докажите, что K лежит на прямой BM.