Осенний тур. СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., **базовый вариант**

10 *октября* 2021 г.

• *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;*

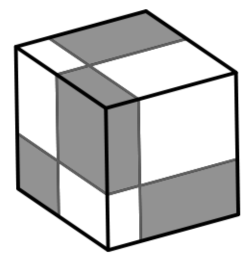
Баллы	***Задачи***
4	1. Расшифруйте ребус $\overline{ТРИ}+\overline{ТРИ}=\overline{ПЯТЬ}$, если известно, что число $\overline{ПЯТЬ}$ принимает наибольшее значение (разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые).
4	2. Можно ли расставить на плоскости 14 точек и провести 8 отрезков так, чтобы на каждом отрезке было по 4 из расставленных точки.
5	3. Турнир городов проводится раз в год. Сейчас год проведения осеннего тура делится на номер турнира: 2021 : 43 = 47. Сколько ещё раз человечество сможет наблюдать это удивительное явление?
5	4. У пирата есть пять мешочков с монетами, по 30 монет в каждом. Он знает, что в одном лежат золотые монеты, в другом — серебряные, в третьем — бронзовые, а в каждом из двух оставшихся поровну золотых, серебряных и бронзовых. Можно одновременно достать любое число монет из любых мешочков и посмотреть, что это за монеты (вынимаются монеты один раз). Какое наименьшее число монет нужно достать, чтобы наверняка узнать содержимое хотя бы одного мешочка?
6	5. Делитель натурального числа называется собственным, если он не равен этому числу и единице. Натуральное число называется редким, если самый большой из его собственных делителей равен произведению самого маленького на следующий по величине. Сколько редких чисел делиться на 7?

СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 10 октября 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

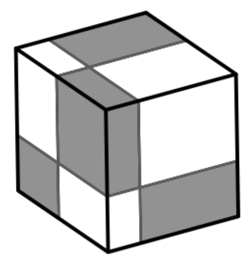
баллы	задачи
4	1. Турнир городов проводится раз в год. Сейчас год проведения осеннего тура делится на номер турнира: $2021 : 43 = 47$. Сколько ещё раз человечество сможет наблюдать это удивительное явление?
5	2. Дан куб. Три плоскости, параллельные граням, разделили его на 8 параллелепипедов. Их покрасили в шахматном порядке. Объемы чёрных параллелепипедов оказались равны 1, 6, 8, 12. Найдите объёмы белых параллелепипедов. 
5	3. У пирата есть пять мешочков с монетами, по 30 монет в каждом. Он знает, что в одном лежат золотые монеты, в другом — серебряные, в третьем — бронзовые, а в каждом из двух оставшихся поровну золотых, серебряных и бронзовых. Можно одновременно достать любое число монет из любых мешочков и посмотреть, что это за монеты (вынимаются монеты один раз). Какое наименьшее число монет нужно достать, чтобы наверняка узнать содержимое хотя бы одного мешочка?
5	4. Выпуклый n-угольник ($n > 4$) обладает таким свойством: если диагональ отсекает от него треугольник, то этот треугольник равнобедренный. Докажите, что среди любых четырёх сторон этого n-угольника есть хотя бы две равных.
5	5. В турнире участвовали 20 шахматистов. Каждый играл с каждым один раз белыми и один раз чёрными. Обязательно ли найдутся такие два шахматиста, что один из них выиграл не меньше партий белыми и не меньше партий чёрными, чем другой?

СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 10 октября 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Натуральное число k назовем *интересным*, если произведение первых k простых чисел делится на k (например, произведение первых двух простых чисел — это $2 \cdot 3 = 6$, и 2 — число интересное). Какое наибольшее количество интересных чисел может идти подряд?
4	2. Дан куб. Три плоскости, параллельные граням, разделили его на 8 параллелепипедов. Их покрасили в шахматном порядке. Объемы чёрных параллелепипедов оказались равны 1, 6, 8, 12. Найдите объёмы белых параллелепипедов. 
6	3. В белом клетчатом квадрате 2021×2021 требуется закрасить чёрным две клетки. После этого через каждую минуту одновременно закрашиваются чёрным все клетки, которые граничат по стороне хоть с одной из уже закрашенных. Ваня выбрал две начальные клетки так, чтобы весь квадрат закрасился как можно быстрее. Через сколько минут закрасился квадрат?
6	4. Дан отрезок AB. Точки X, Y, Z в пространстве выбираются так, чтобы ABX был правильным треугольником, а $ABYZ$ — квадратом. Докажите, что ортоцентры всех получающихся таким образом треугольников XYZ попадают на некоторую фиксированную окружность.
6	5. Дан отрезок $[0;1]$. За ход разрешается разбить любой из имеющихся отрезков точкой на два новых отрезка и записать на доску произведение длин этих двух новых отрезков. Докажите, что ни в какой момент сумма чисел на доске не превысит $1/2$.