Осенний тур. СОРОК ЧЕТВЕРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

6-7 кл., **базовый вариант** 9 *октября* 2022 *г.*

- *Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются*

Баллы ***Задачи***

3 1. Можно ли раскрасить все ненулевые целые числа в два цвета – красный и синий (каждое число — в один цвет, причем оба цвета должны использоваться) так, чтобы выполнялось свойство: произведение любых двух чисел разного цвета дают в результате число синего цвета, а произведения двух чисел одинакового цвета дают в результате число красного цвета?

2. Существуют ли четыре числа, попарные разности между которыми равны:

2 а) 1, 3, 4, 4, 7, 8;

2 б) 3, 5, 5, 7, 9, 20?

4 3. Можно ли расставить в клетках таблицы 6×6 числа, среди которых нет одинаковых, так, чтобы в каждом прямоугольнике 1×5 (как вертикальном, так и горизонтальном) сумма чисел была равна 2022 или 2023?

5 4. Существует ли натуральное число, которое можно представить в виде произведения двух палиндромов более чем 10 способами? (Палиндромом называется натуральное число, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево.)

5. Можно ли расставить шашки в клетки доски размером

2 а) 5×5;

4 б) 6×6 так, чтобы в каждой диагонали стояло нечетное число шашек? В каждой клетке можно поставить только одну шашку, а диагональю считается любой набор клеток, “параллельный” любой из главных диагоналей, в частности, каждая из угловых клеток также считается диагональю.

СОРОК ЧЕТВЁРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур, 8 – 9 классы, базовый вариант, 9 октября 2022 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Можно ли расставить в клетках таблицы 6×6 числа, среди которых нет одинаковых, так, чтобы в каждом прямоугольнике 1×5 (как вертикальном, так и горизонтальном) сумма чисел была равна 2022 или 2023?
4	2. Существует ли натуральное число, которое можно представить в виде произведения двух палиндромов более чем 100 способами? (Палиндромом называется натуральное число, которое одинаково читается как слева направо, так и справа налево.)
5	3. Пятиугольник $ABCDE$ описан около окружности. Углы при его вершинах A, C и E равны 100°. Найдите угол ACE.
5	4. Можно ли раскрасить все натуральные числа, большие чем 1, в три цвета (каждое число — в один цвет, все три цвета должны использоваться) так, чтобы цвет произведения любых двух чисел разного цвета отличался от цвета каждого из сомножителей?
5	5. У Пети есть 8 монет, про которые он знает только, что 7 из них настоящие и весят одинаково, а одна фальшивая и отличается от настоящей по весу, неизвестно в какую сторону. У Васи есть чашечные весы — они показывают, какая чашка тяжелее, но не показывают, насколько. За каждое взвешивание Петя платит Васе (до взвешивания) одну монету из имеющихся у него. Если уплачена настоящая монета, Вася сообщит Пете верный результат взвешивания, а если фальшивая, то случайный. Петя хочет определить 5 настоящих монет и не отдать ни одну из этих монет Васе. Может ли Петя гарантированно этого добиться?

СОРОК ЧЕТВЁРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

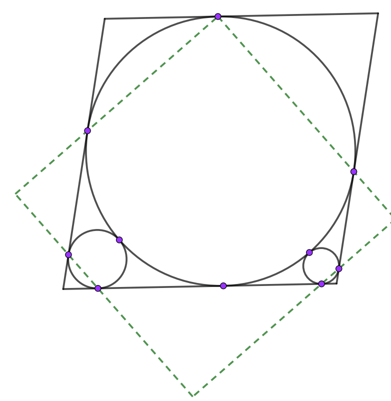
Осенний тур, 10 – 11 классы, базовый вариант, 9 октября 2022 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

3 1. При каком наибольшем натуральном m число $m! \cdot 2022!$ будет факториалом натурального числа?

5 2. Большая окружность вписана в ромб, каждая из двух меньших окружностей касается двух сторон ромба и большой окружности, как на рисунке справа. Через точки касания окружностей со сторонами ромба провели четыре штриховые прямые, как на рисунке. Докажите, что они образуют квадрат.



5 3. На прямой отмечено 2022 точки так, что каждые две соседние точки расположены на одинаковом расстоянии. Половина точек покрашена в красный цвет, а другая половина — в синий. Может ли сумма длин всевозможных отрезков, у которых левый конец красный, а правый — синий, равняться сумме длин всех отрезков, у которых левый конец синий, а правый — красный? (Концы рассматриваемых отрезков — не обязательно соседние отмеченные точки.)

5 4. Дан остроугольный неравнобедренный треугольник. Одним действием разрешено разрезать один из имеющихся треугольников по медиане на два треугольника. Могут ли через несколько действий все треугольники оказаться равнобедренными?

5. Доска $2N \times 2N$ покрыта неперекрывающимися доминошками 1×2. По доске прошла хромая ладья, побывав на каждой клетке по одному разу (каждый ход хромой ладьи — на клетку, соседнюю по стороне). Назовём ход *продольным*, если это переход из одной клетки доминошки на другую клетку той же доминошки. Каково

1 а) наибольшее;

4 б) наименьшее возможное число продольных ходов?