СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур, **6-7 классы, базовый вариант**, 5 октября 2025 г.

- *Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются.*

Баллы	Задачи
4	1. Завод игрушек изготовил партию головоломок с набором карточек, стороны которых окрашены в разные цвета. Незнайка утверждает, что в инструкции к головоломкам указано: каждый набор содержит три комплекта: в одном из комплектов стороны карточек окрашены в красный и желтый цвет, во втором – в красный и зеленый, в третьем – в зеленый и желтый. При этом карточек, у которых одна сторона красная ровно 675, у которых одна сторона зеленая – ровно 680, и карточек, у которых ровно одна сторона желтая – ровно 670. Не ошибается ли Незнайка?
4	2. Директор, проживающий в пригороде Минска, каждый день приезжает электричкой на вокзал в 8 часов утра. Точно в 8 часов утра к вокзалу подъезжает машина и отвозит директора в школу. Однажды директор приехал на вокзал в 7 часов утра и пошел в школу пешком навстречу машине. Встретив ее, он сел в нее и приехал в школу на 30 минут раньше обычного. Сколько было времени в момент встречи директора и машины в этот раз?
5	3. В классе каждый ребёнок говорит правду только в определённые дни недели, причём никто не говорит правду два дня подряд. Первого, второго, третьего и четвёртого апреля у каждого ребёнка в классе спросили, будет ли он завтра говорить правду. Первого апреля «да» ответили все дети в классе, второго — половина, третьего — треть. Какая часть класса сказала правду четвёртого апреля?
5	4. На репетицию новогоднего хоровода пришли 10 мальчиков. По сценарию в хороводе мальчики и девочки должны стоять по кругу, причем так, чтобы рядом с каждым мальчиком стояли мальчик и девочка, и через одного от каждой девочки тоже стояли мальчик и девочка. Сколько девочек должны участвовать в хороводе? (Укажите все возможные варианты и покажите, что других быть не может.)
    3 3	5. В ряд слева направо стоят коробки с номерами 1, 2, 3, ... В них по очереди кладут числа 1, 2, ..., 1000. В каждой коробке каждые два числа должны быть взаимно просты. Очередное число кладётся в самую левую из разрешённых коробок. Все числа разложили по коробкам. а) Какие числа попали во вторую коробку? б) Сколько чисел попало в третью коробку? Ответ объясните.

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 5 октября 2025 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
4	1. В классе каждый ребёнок говорит правду только в определённые дни недели, причём никто не говорит правду два дня подряд. Первого, второго, третьего и четвёртого апреля у каждого ребёнка в классе спросили, будет ли он завтра говорить правду. Первого апреля «да» ответили все дети в классе, второго — половина, третьего — треть. Какая часть класса сказала правду четвёртого апреля?
4	2. Дорога от пункта A до пункта B идёт сначала по шоссе, а потом по тропинке. Петя и Вася одновременно вышли навстречу друг другу из пунктов A и B соответственно и встретились на шоссе. На следующий день они снова одновременно вышли навстречу друг другу, но теперь Петя — из B, а Вася — из A, и снова встретились на шоссе, но в 6 км от места вчерашней встречи. Известно, что Петя и Вася ходят по шоссе каждый со своей постоянной скоростью, причём Петя — в 1,5 раза быстрее Васи, а на тропинке их скорости снижаются в одно и то же число раз. На каком расстоянии от A они встретились в первый день?
5	3. Клетчатая прямоугольная доска покрыта доминошками 1×2 в два слоя (каждая половинка доминошки расположена над одной клеткой доски). Назовём доминошку верхнего слоя *особой*, если её половинки лежат на двух доминошках разных направлений. Обязательно ли количество особых доминошек чётно?
5	4. Каждое число натурального ряда барон Мюнхгаузен покрасил в синий, красный либо белый цвет (все цвета присутствуют). Он утверждает, что сумма любых 99 красных слагаемых — синяя, а сумма любых 99 синих слагаемых — красная (слагаемые в каждой сумме не обязательно различны). Могут ли слова барона быть правдой?
6	5. Существует ли такой острый угол α, что некоторый прямоугольник можно разрезать на равнобокие трапеции, у каждой из которых есть угол α?

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 5 октября 2025 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

1. В ряд слева направо стоят коробки с номерами 1, 2, 3, ... В них по очереди кладут числа 1, 2, ..., 2025. В каждой коробке каждые два числа должны быть взаимно просты. Очередное число кладётся в самую левую из разрешённых коробок. Все числа разложили.

2 а) Сколько чисел попало во вторую коробку?

2 б) Сколько чисел попало в третью коробку?

4 2. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ равны стороны AE, BC и DE, а также равны углы A, B, C и D. Докажите, что точки A, B, C, D и E лежат на одной окружности.

5 3. По кругу стоят 30 мальчиков и 30 девочек. Докажите, что можно выбрать 10 мальчиков и 10 девочек так, чтобы никакие двое из выбранных не стояли рядом.

5 4. Петя и Вася подошли к доске, и Петя нарисовал на ней несколько окружностей с различными центрами, покрасив каждый центр красным или синим цветом. Оказалось, что если какие-то две окружности касаются друг друга, то обязательно внешним образом, причём их центры — разного цвета. Всегда ли Вася может заменить каждую окружность на новую с тем же центром так, чтобы выполнялось условие: если касались друг друга две старые окружности, то соответствующие им новые тоже касаются, но уже внутренним образом?

5. Таблица $n \times n$ заполнена целыми числами от 0 до n так, что и в каждой строке, и в каждом столбце все числа различны. Назовём клетку таблицы *удачной*, если в объединении её строки и её столбца встречаются все числа от 0 до n.

3 а) Каково наибольшее возможное количество удачных клеток?

3 б) Докажите, что количество удачных клеток чётно.