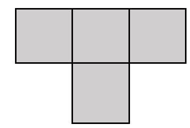
СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур, **6-7 классы, СЛОЖНЫЙ вариант**, 19 октября 2025 г.

- *Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются.*

Баллы	Задачи
  2 3	1. В 12-значном числе А любые две соседние цифры образуют двузначное простое число, причём все эти 11 простых чисел различны. а) Приведите пример такого числа А. б) На какую цифру может оканчиваться число А? Укажите все варианты, и объясните, почему других быть не может.
5	2. В клетках таблицы 12 на 40 клеток расставили натуральные числа так, что сумма всех чисел внутри любой фигурки, изображенной на рисунке, равна 24. Чему может быть равна сумма всех чисел в таблице? (Фигурку можно как угодно поворачивать. Укажите все возможные варианты и покажите, что других быть не может.) 
7	3. Является ли целым число (30!) **:** (10! + 20!) ? (Указание: $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$, т.е. это произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до n.)
    2 4 2	4. По кругу сидят n детей, у каждого есть несколько конфет. У каждого из них спросили: “Сколько всего конфет у тебя и двух твоих соседей, вместе взятых?”. Можно ли гарантированно по ответам детей однозначно восстановить, у кого из них сколько конфет, если а) $n = 2024$; б) $n = 2025$; в) $n = 2026$? Примечание. Все дети говорят правду.
8	5. Барон Мюнгхаузен утверждает, что в день его рождения собралась компания, в которой у каждого ее члена ровно 6 друзей, а у любых двух – ровно два общих друга. Прав ли барон Мюнгхаузен? (Естественно, барон входит в эту компанию.)
    3 2 6	6. У Паши и Миши есть квадратная таблица 10×10, в каждой клетке которой стоит либо плюс, либо минус. Паша и Миша по очереди вычёркивают: Паша — ещё не вычеркнутую строку, а Миша — ещё не вычеркнутый столбец, пока не останется всего одна невычеркнутая клетка. Если в ней стоит плюс, то выиграл Паша, а если минус — Миша. А) Могла ли таблица оказаться такой, что в этой игре, кто бы её ни начинал — Паша или Миша, — способ гарантировать себе победу имеется у того, кто ходит вторым? Б) Какое наименьшее число плюсов (для выигрыша Паши) или минусов (для выигрыша Миши) может быть в такой таблице? В) Тот же вопрос, что и в пункте А), но для игрока, который ходит первым.
     4 8	7. На столе по кругу лежат N внешне одинаковых монет весами 1, 2, ..., N граммов. Известно, что веса идут по порядку, но неизвестно, по часовой стрелке или против, и с какого места начинаются. Одним взвешиванием разрешается сравнить любые две монеты и узнать, какая тяжелее. Барон Мюнхгаузен утверждает, что можно сделать k взвешиваний так, чтобы после этого гарантированно определить вес хотя бы одной монеты. А) Прав ли барон Мюнхгаузен, если $N = 6$, а $k = 4$? Б) Прав ли барон Мюнхгаузен, если $N = 9$, а $k = 3$?

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 19 октября 2025 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

1. В 12-значном числе A любые две соседние цифры образуют двузначное простое число, причём все эти 11 простых чисел различны.

2 а) На какую цифру оканчивается число A?

2 б) Приведите пример такого числа A.

6 **2.** В четырёхугольнике $ABCD$ углы B и C равны $120°$. На стороне AD нашлась точка, из которой остальные стороны видны под равными углами. Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.

3. У Паши и Миши есть квадратная таблица 100×100, в каждой клетке которой стоит либо плюс, либо минус. Паша и Миша по очереди вычёркивают: Паша — ещё не вычеркнутую строку, а Миша — ещё не вычеркнутый столбец, пока не останется всего одна невычеркнутая клетка. Если в ней стоит плюс, то выиграл Паша, а если минус — Миша. Могла ли таблица оказаться такой, что в этой игре, кто бы её ни начинал — Паша или Миша, — способ гарантировать себе победу имеется

2 а) у того, кто ходит вторым;

5 б) у начинающего?

4.

2 а) В тридевятом царстве n городов. Иван-царевич строит дороги по одной (сначала дорог нет). Каждый раз он выбирает два города, не соединённых напрямую дорогой, расстояние между которыми наименьшее, и соединяет их прямолинейной дорогой. Строительство заканчивается, когда становится возможным проехать из любого города в любой (напрямую или через другие города). Обязательно ли никакие две построенные дороги не будут пересекаться вне городов?

6 б) Тот же вопрос, если каждый раз выбираются два ближайших друг к другу города, между которыми невозможен проезд (даже через другие города).

10 **5.** Докажите, что при некотором натуральном N строго между соседними кубами N^3 и $(N+1)^3$ находится ровно 1000 точных квадратов.

6. У Пети есть 60 карточек с номерами от 1 до 60, на каждой написано действительное число. За один вопрос Вася может выбрать любые 17 номеров и узнать у Пети сумму чисел на карточках с этими номерами. Может ли Вася гарантированно определить сумму чисел на всех 60 карточках, задав

3 а) не более 30 вопросов;

4 б) не более 20 вопросов;

5 в) не более 10 вопросов?

12 **7.** Дано натуральное k. На столе по кругу лежат n внешне одинаковых монет массами $1, 2, \ldots, n$ г. Вам известно, что эти массы идут по порядку, но неизвестно, по часовой стрелке или против, и с какого места начинаются. Одним взвешиванием разрешается сравнить любые две монеты и узнать, какая тяжелее. Барон Мюнхгаузен утверждает, что вы можете сделать k взвешиваний так, чтобы по их результатам гарантированно определить массу хотя бы одной монеты. При каком наибольшем n слова барона будут правдой?

В этом учебном году проходит Заочный конкурс Турнира городов. Победители смогут принять участие в Летней конференции Турнира городов 2026 года. Подробности на сайте: www.turgor.ru/zktg/

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, сложный вариант , 19 октября 2025 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

1. У Паши и Миши есть квадратная таблица 100×100, в каждой клетке которой стоит либо плюс, либо минус. Паша и Миша по очереди вычёркивают: Паша — ещё не вычеркнутую строку, а Миша — ещё не вычеркнутый столбец, пока не останется всего одна невычеркнутая клетка. Если в ней стоит плюс, то выиграл Паша, а если минус — Миша. Могла ли таблица оказаться такой, что в этой игре, кто бы её ни начинал — Паша или Миша, — способ гарантировать себе победу имеется

1 а) у того, кто ходит вторым;

4 б) у начинающего?

6 **2.** В выпуклом четырёхугольнике через середину каждой диагонали проведён отрезок с концами на сторонах четырёхугольника, параллельный другой диагонали. Докажите, что концы этих двух отрезков образуют четырёхугольник, в котором есть пара параллельных сторон.

3. N узников сидят в камерах, расположенных по кругу. Сегодня у них есть возможность посовещаться и договориться, а завтра поутру каждый узник бросит игральный кубик. После этого каждый должен сделать предположение — какое число выпало у каждого из 5 узников, сидящих в 5 камерах, следующих по часовой стрелке. Если будет угадано хотя бы одно из выпавших чисел хоть у какого-то узника, всех освободят. Как им действовать, чтобы гарантированно выйти на свободу, если

4 а) $N = 47$;

4 б) $N = 48$?

8 **4.** Докажите, что при некотором натуральном N строго между соседними кубами N^3 и $(N+1)^3$ находится ровно 1000 точных квадратов.

5. На каждой из сторон правильного N-угольника живёт робот. Каждый робот едет по своей стороне со своей постоянной скоростью, в вершине мгновенно разворачивается и продолжает ехать с той же скоростью в противоположном направлении, и так далее. Когда два робота встречаются в какой-то вершине, там вспыхивает искра. Могло ли оказаться, что в каждой вершине искры вспыхивают с одной и той же ненулевой частотой, если

6 а) $N = 3$;

3 б) $N = 5$?

10 **6.** Улитка проползла по плоскости по контуру замкнутой несамопересекающейся n-звенной ломаной. Известно, что она двигалась только в трех направлениях: вверх, вправо и вниз-влево (под углом 45° к горизонтали). Докажите, что n нечётно.

14 **7.** Дано натуральное k. На столе по кругу лежат n внешне одинаковых монет массами $1, 2, \ldots, n$ г. Вам известно, что эти массы идут по порядку, но неизвестно, по часовой стрелке или против, и с какого места начинаются. Барон Мюнхгаузен утверждает, что вы можете сделать k взвешиваний на чашечных весах без гирь так, чтобы по их результатам гарантированно определить массу хотя бы одной монеты. При каком наибольшем n слова барона будут правдой? (На каждую чашу помещается сколько угодно монет.)
