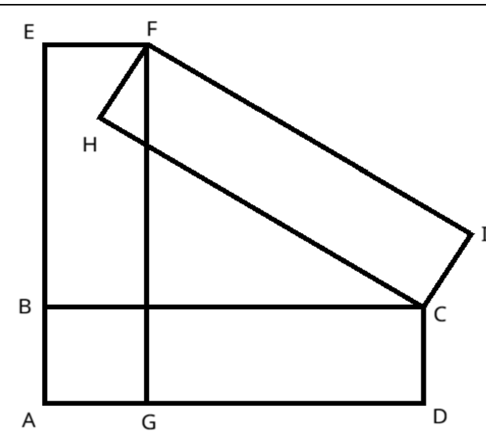
СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур, **6-7 классы, базовый вариант**, 1 марта 2026 г.

- *Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.*
- *Баллы за пункты одной задачи суммируются.*

Баллы	Задачи
4	1. На доске записаны все натуральные числа от 1 до 2026. За один ход разрешается стереть несколько подряд идущих чисел и записать вместо них их количество. (Например, если стерли числа 9, 10, 11, 12, то вместо них записывается число 4.) Могла ли после нескольких таких операций (ходов) остаться пара чисел 1013 и 1014?
4	2. Коля выписал на доске число 111...111 (в этом числе 12 единиц). Оля выбрала какие-то 6 подряд стоящих единиц и заменила каждую из них на восьмёрку. Докажите, что полученное 12-значное число делится на 999999 (здесь записано число, состоящее из шести девяток).
5	3. По круговой беговой дорожке одновременно из одной точки начался забег. Ваня и Паша бежали по часовой стрелке, Даша и Лена – против часовой. Все спортсмены бегут с постоянными, возможно различными скоростями. Известно, что Ваня и Даша впервые встретились в тот же момент, что и Паша с Леной. Докажите, что Ваня и Паша впервые поравняются в тот же момент, что и Даша с Леной.
       3 3	4. В каждой клетке доски 4×4 стоит по шкатулке. В одной из них лежит приз. Пустая шкатулка весит 100 грамм, а вес шкатулки с призом равен суммарному весу всех шкатулок в соседних с ней по стороне клетках. У ведущего есть двухчашечные весы без гирь, на каждую чашу помещается сколько угодно шкатулок. За одну попытку можно указать ведущему, какие шкатулки положить на какую чашу (а какие не взвешивать), и он сообщит результат: будут ли весы в равновесии, а если нет — какая чаша перевесит. а) За какое наименьшее количество попыток можно гарантированно узнать, сколько весит приз? (Узнавать, в какой именно шкатулке лежит приз, не требуется.) б) Можно ли за 4 попытки указать клетку, в которой находится шкатулка с призом?
6	5. Четыре одинаковых прямоугольника ABCD, AEFG и FHCI расположены как показано на рисунке. Найдите угол EFI. 

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 1 марта 2026 г.

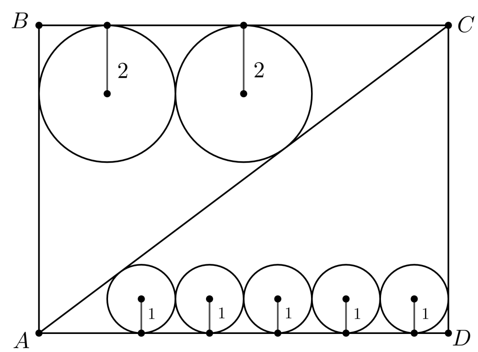
(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

4 **1.** Коля выписал на доске число $111\ldots111$ (60 единиц). Оля выбрала какие-то 30 подряд стоящих единиц и заменила каждую из них на восьмёрку. Докажите, что полученное 60-значное число делится на $999\ldots999$ (30 девяток).

4 **2.** Учитель дал 30 ученикам тест из 10 вопросов, в котором на каждый вопрос есть ровно один правильный ответ. Каждый ученик на пять вопросов ответил правильно, а в пяти ошибся. Оказалось, что никакие два неправильных ответа учеников на один и тот же вопрос не совпали. Какое наименьшее число работ необходимо посмотреть, чтобы мы гарантированно смогли выбрать 5 вопросов и указать правильный ответ к каждому из них?

5 **3.** В прямоугольнике $ABCD$ расположены 7 кругов. Два круга радиуса 2 касаются друг друга и стороны BC, причём один из них касается ещё и стороны AB, а другой — диагонали AC. Остальные 5 кругов имеют радиус 1 и все касаются стороны AD, образуя цепочку: соседние круги касаются друг друга, причём один из крайних кругов цепочки касается ещё и стороны CD, а другой — диагонали AC. Найдите длины сторон прямоугольника $ABCD$.



4. В каждой клетке доски $N \times N$ стоит по шкатулке. В одной из них лежит приз. Пустая шкатулка весит 100 грамм, а вес шкатулки с призом равен суммарному весу всех шкатулок в соседних с ней по стороне клетках. У ведущего есть двухчашечные весы без гирь, на каждую чашу помещается сколько угодно шкатулок. За одну попытку можно указать ведущему, какие шкатулки положить на какую чашу (а какие не взвешивать), и он сообщит результат: будут ли весы в равновесии, а если нет — какая чаша перевесит. За какое наименьшее количество попыток можно гарантированно узнать, сколько весит приз, если

2 а) $N = 4$;

3 б) $N = 7$?

(Узнавать, в какой именно шкатулке лежит приз, не требуется.)

5 **5.** На спортивном параде выстроились по кругу 2026 спортсменов, занумерованных подряд числами от 1 до 2026 по часовой стрелке. Каждый спортсмен смотрел на соседа справа или соседа слева. Известно, что было ровно 100 пар соседей, смотрящих друг на друга. Затем каждый спортсмен с чётным номером повернулся и смотрит уже на другого соседа. Сколько теперь имеется пар соседей, смотрящих друг на друга?

СОРОК СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 1 марта 2026 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи
4	**1.** Можно ли из последовательности точных квадратов $1, 4, 9, 16, \ldots$ выбрать такую бесконечную подпоследовательность, что разность любых двух её соседних членов — точный куб?
4	**2.** Через вершину правильного тетраэдра проведена плоскость, касающаяся его вписанной сферы и отсекающая от противоположной грани треугольник. Докажите, что периметр этого треугольника не зависит от выбора плоскости.
4	**3.** На спортивном параде выстроились по кругу 2026 спортсменов, занумерованных подряд числами от 1 до 2026 по часовой стрелке. Каждый спортсмен смотрел на соседа справа или соседа слева. Известно, что было ровно 100 пар соседей, смотрящих друг на друга. Затем каждый спортсмен с чётным номером повернулся и смотрит уже на другого соседа. Сколько теперь имеется пар соседей, смотрящих друг на друга?
5	**4.** Дан многочлен $$*x^n + *x^{n-1} + \ldots + *x + *,$$ вместо каждого из $n+1$ его коэффициентов записана звёздочка. Играют двое, ходят по очереди, за ход выбирают любую звёздочку и заменяют её на любое целое ненулевое число. Когда звёздочек не останется, игрок, сделавший последний ход, выиграет, если у получившегося многочлена есть целый корень, иначе выиграет другой игрок. При каждом натуральном n выясните, кто из игроков может гарантировать себе победу, как бы ни играл его соперник.
	5. Квадрат $N \times N$ разбит на N^2 единичных квадратов. Одна из вершин единичных квадратов радиоактивна. Имеется также прибор, который про любой из этих единичных квадратов определяет, есть ли среди его вершин радиоактивная. Найдите радиоактивную вершину за наименьшее число проверок, если
2	а) $N = 7$;
3	б) $N = 8$.