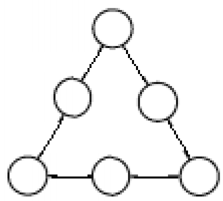
Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2018

<u>5 класс</u>

1. Миша и Егор задумали по целому числу. Миша нашёл их разность, а Егор их произведение. Затем они вместе вычислили произведение получившихся чисел. Могло ли у них получиться число 20182017?

2. Гравировщик делает таблички с буквами. Одинаковые буквы он гравирует за одинаковое время, разные — возможно, за разное. На две таблички «ДОМ МОДЫ» и «ВХОД» вместе он потратил 50 минут, а одну табличку «В ДЫМОХОД» сделал за 35 минут. За какое время он сделает табличку «ВЫХОД»?

3. Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 6 в кружочки так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 9. Можно ли расставить числа так, чтобы сумма чисел на каждой стороне была одинаковой и была меньше 9?



4. Учитель задумал пятизначное число, затем вычеркнул одну из его цифр и полученное четырехзначное число сложил с исходным пятизначным. В результате получилось 41751. Найдите задуманное число. (Ответ обосновать.)

5. Можно ли разрезать треугольник на несколько треугольников так, чтобы каждый из полученных треугольников граничил по отрезку ненулевой длины ровно с тремя другими полученными треугольниками? (*Другими словами так, чтобы каждый из полученных треугольников имел ровно с тремя другими полученными треугольниками либо общую сторону, либо часть стороны*.)

6. Расставьте в таблице 4 × 5 клеток 10 единиц, 5 двоек и 5 четверок так, чтобы в любой фигуре из четырех клеток, вместе образующих букву Г, сумма чисел не была равна 8. (Разумеется, эта фигура Г может быть расположена в таблице как угодно, ее можно сдвигать, поворачивать, переворачивать, лишь бы она накрывала ровно 4 клетки таблицы.)

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2018

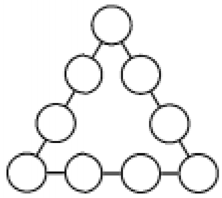
<u>6 класс</u>

1. Утром в магазин привезли 6 бидонов молока, в которых было 15, 16, 18, 19, 20 и 31 литров молока соответственно. До обеда было полностью продано молоко ровно из трех бидонов, а после обеда продали молоко еще полностью из двух бидонов. Оказалось, что утром молока было продано в вдвое больше, чем после обеда. Установите, из каких бидонов было продано молоко до обеда.

2. Даны три натуральных числа. Сначала Боря посчитал наибольший общий делитель каких-то двух из них и получил 1 000 004. Затем Игнат посчитал наибольший общий делитель каких-то двух из них и получил 1 000 006. И наконец, Слава посчитал наибольший общий делитель каких-то двух из них и получил 1 000 008. Докажите, что кто-то из мальчиков ошибся.

3 На станции метрополитена работал только эскалатор, движущийся вверх. Дежурный монтёр, идя вниз по неподвижному эскалатору, затратил на путь по нему 42 секунды. Спустившись, он перешёл на движущийся эскалатор, и не меняя собственной скорости, пошёл по нему вверх, затратив на путь 24 секунды. За сколько секунд монтёр, стоя на ступеньке эскалатора, поднялся бы вверх? (скорость эскалатора и монтёра постоянны).

4. Расставьте числа 1, 2, 3, ..., 9 в кружочки так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 17. Можно ли расставить числа так, чтобы сумма чисел на каждой стороне была одинаковой и была меньше 17?



5. Можно ли разрезать четырехугольник на несколько треугольников так, чтобы каждый из полученных треугольников граничил по отрезку ненулевой длины ровно с тремя другими? (*Другими словами так, чтобы каждый из полученных треугольников имел ровно с тремя другими полученными треугольниками либо общую сторону, либо часть стороны*.)

6. В турнире по теннису участвовали 18 игроков. Каждому участнику был присвоен номер от 1 до 18 (без повторений). Всё участники были разбиты на пары таким образом, что для каждой пары сумма порядковых номеров теннисистов, её составлявших, оказалась равна квадрату некоторого натурального числа. Какой номер имел теннисист, попавший в одну пару с участником под номером 1?

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2018

<u>7 класс</u>

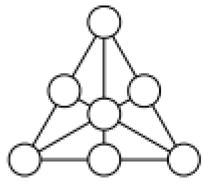
1. Найти все возможные четверки последовательных целых чисел, произведение которых равно 360. Ответ обосновать.

2. Остап Бендер дает сеанс одновременной игры в шахматы. После первых двух часов игры он закончил p% партий выигрышем, а k партий проиграл. За последующие два часа он выиграл у q% оставшихся противников, m партий проиграл, а остальные n партий закончил вничью. Сколько всего партий сыграл Остап Бендер?

3. Некто на вопрос, каков номер его билета, ответил так: «Все цифры моего билета различны. Если же все шесть двузначных чисел, которые можно составить из цифр моего номера, сложить, то половина полученной суммы составит как раз номер моего билета. Определите номер билета.

4. В городском посёлке Радошковичи из автобуса вышли Александр Иванович и Сергей Юрьевич, которые пошли по одному пути в математический лагерь «Бригантина», находившийся на расстоянии S км от остановки. Александр Иванович половину времени, израсходованного на путь до лагеря, прошёл со скоростью v_1 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью v_2 км/ч. Сергей Юрьевич первую половину пути от остановки до лагеря шёл со скоростью v_1 км/ч, а вторую половину со скоростью v_2 км/ч. Кто из них раньше пришёл в лагерь?

5. Можно ли в кружках (рисунок) разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трех чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?



6. В остроугольном треугольнике ABC: $\angle A = 30°$; BB_1 и CC_1 – высоты; B_2 и C_2 – середины сторон AC и AB соответственно. Под каким углом пресекаются прямые B_1C_2 и C_1B_2?