

VII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 15 февраля 2020 года

5 класс

1. Является ли число $2019^{20} + 4$ простым? Ответ обоснуйте.
2. Петя купил большой альбом для рисования с пронумерованными страницами, начиная с 1 (как в обычной книге). Для оформления класса к конкурсу КВН он поделился с Васей частью листов альбома, вырвав из него кусок (часть, состоящую из подряд идущих листов), первая страница которого была под номером 231, а номер последней страницы состоял из тех же цифр, но в каком-то другом порядке. Сколько листов вырвал Петя? (Рассмотрите и обоснуйте все возможности.)
3. Какое наименьшее количество клеточек нужно закрасить в квадрате 5×5 , чтобы в любом квадрате 3×3 было 4 закрашенных клеточек? Ответ обоснуйте.
4. В сумме, состоящей из двух или более слагаемых, все цифры и знаки плюс зашифровали буквами и получили слово МАТЕМАТИКИМЫ. Какое максимальное значение могло быть у этого выражения? (Одинаковые цифры и знаки зашифрованы одинаковыми буквами, разные – разными.)
5. Винтик выписал в произвольном порядке числа от 1 до 10, затем Шпунтик под каждым числом написал его порядковый номер, начиная с 1, после чего Знайка сложил каждое число с номером места, на котором оно стоит. А Незнайка сказал, что у всех получившихся у Знайки чисел стоящие на конце цифры различны. Прав ли Незнайка? Ответ обоснуйте.

Время выполнения работы – 3 часа

VII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 15 февраля 2020 года

6 класс

1. Является ли число $2018^{2020} + 9$ простым? Ответ обоснуйте.
2. Все стороны и диагонали шестиугольника покрасили в красный или зеленый цвет. Докажите, что какие-то три вершины этого шестиугольника с соединяющими их отрезками (сторонами или диагоналями) образуют треугольник со сторонами одного цвета.
Считайте, что все диагонали шестиугольника целиком располагаются внутри него.
3. Какое наименьшее количество клеточек нужно закрасить в квадрате 7×7 , чтобы в любом квадрате 4×4 было а) 5 закрашенных клеточек; б) 6 закрашенных клеточек?
4. В выражении $x + y - z$ все цифры и знаки арифметических действий зашифровали буквами (одинаковые цифры и знаки – одинаковыми, разные – разными) и получили слово МАТЕМАТИКА. Какое максимальное значение могло быть у этого выражения?
5. а) В вершинах шестиугольника записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 (именно в таком порядке). За один ход разрешено выбрать две соседние вершины и к числам, стоящим в данных вершинах, одновременно прибавить единицу или одновременно вычесть из них единицу. Можно ли получить в итоге шесть чисел в таком порядке: 5 5 5 5 5 8?
б) А в таком порядке 5 5 5 5 5 7 ?
в) А в таком порядке 2 1 3 4 5 6 ?

Время выполнения работы – 3,5 часа

VII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 15 февраля 2020 года

7 класс

1. Можно ли представить число 2020 в виде разности квадратов двух целых чисел?
2. Какое наименьшее количество клеточек нужно закрасить в квадрате 9×9 , чтобы в любом квадрате 5×5 было:
а) 6 закрашенных клеточек; б) 7 закрашенных клеточек;
в) 8 закрашенных клеточек?
3. В выражении все цифры и знаки арифметических действий зашифровали буквами (одинаковые цифры и знаки – одинаковыми, разные – разными) и получили слово МАТЕМАТИКА. Коля помнит, что среди арифметических действий были только "+" и "-" (и тот, и другой присутствовали, но, возможно, какой-то из знаков был использован более одного раза). Какое максимальное значение могло быть у этого выражения?
4. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC больше катета BC , но меньше удвоенного катета BC . На катете AC отмечена точка M так, что $AM = BC$, а на катете BC – точка N так, что $BN = MC$. Найдите угол между прямыми AN и BM .
5. Найдите все возможные тройки цифр (a, b, c) таких, чтобы выполнялось равенство: $\overline{abc} = (\overline{ab})^2 - c^2$, если известно, что цифры необязательно различны, значение любой из них может быть равным 0, а запись \overline{abc} означает число, необязательно трехзначное, состоящее из цифр a, b, c в указанном порядке.

Время выполнения работы – 3,5 часа