

VIII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 20 февраля 2021 года

5 класс

1. Число  $N$  называют «восхитительным», если ни одна его цифра не повторяется и любые две соседние цифры образуют либо двузначное простое число, либо точный квадрат. Например, число 1643 – восхитительное. Найдите наибольшее шестизначное восхитительное число. (Попробуйте написать обоснование, что оно действительно наибольшее).
2. Дорожный рабочий должен замостить площадку 7 на 8 дм. Однако на складе есть плитки только такого вида, как показано на рис. 1 и 2 (сторона клеточки равна 1 дм). Сможет ли рабочий замостить площадку? (Если да, покажите как, если нет – докажите).



Рис. 1



Рис. 2

3. Найдите все натуральные числа, которые в 7 раз больше, чем цифра его единиц.
4. Перед началом урока учитель написал на доске какое-то натуральное число от 1 до 10. После этого дети по очереди сказали следующее:  
Первый: «Это число больше 1.»  
Второй: «Это число больше 2.»  
.....  
Девятый: «Это число больше 9.»  
Десятый: «Это число больше 10.»  
Одиннадцатый: «Это число меньше 10.»  
Двенадцатый: «Это число меньше 9.»  
.....  
Двадцатый: «Это число меньше 1.»  
Сколько раз ребята сказали правду? Найдите все варианты и покажите (обоснуйте), что других нет.
5. Зеркальной датой называют такую дату, числовая запись которой читается одинаково в обоих направлениях. Например, 12.02.2021. В каком веке, этом (двадцать первом) или следующем (двадцать втором) таких зеркальных дат больше и на сколько?
6. У Миши есть 26 одинаковых по виду шариков, один из которых весит легче остальных. У него есть также двухчашечные весы без гирь. Как найти (если это возможно) более легкий шарик за  
А) 4 взвешивания;  
Б) 3 взвешивания.

## VIII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 20 февраля 2021 года

### 6 класс

1. Число  $N$  называют «восхитительным», если ни одна его цифра не повторяется и любые две соседние цифры образуют либо двузначное простое число либо точный квадрат. Например, число 1643 – восхитительное. Найдите наибольшее восхитительное число.
2. Дорожный рабочий должен замостить площадку 7 на 8 дм. Однако на складе есть 14 плиток только такого вида, как показано на рис. 1 (сторона клеточки равна 1 дм). У рабочего есть старая изношенная пила, которая может сделать распил длиной 1 дм, после чего она станет негодной (Отрезанные части можно использовать). Сможет ли рабочий замостить площадку? (Если да, покажите как, если нет – докажите).



Рис. 1

3. Найдите все натуральные числа, которые в 6 раз больше, чем цифра его единиц.
4. В гости к аборигену на чаепитие по очереди приходили его знакомые аборигены, среди которых были как рыцари, так и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда врут. Первый пришедший, посмотрев на сидящего хозяина, сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет лжецов» и сел пить чай. Второй пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет рыцарей» и сел пить чай. Третий пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет лжецов» и сел пить чай и т.д. Наконец шестой пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет рыцарей» и сел пить чай. Сколько рыцарей могло быть в этой компании? (Аборигены хорошо знали кто из них рыцарь, а кто лжец.)
5. Зеркальной датой называют такую дату, числовая запись которой читается одинаково в обоих направлениях. Например, 12.02.2021. В каком веке, этом (двадцать первом) или следующем (двадцать втором) таких зеркальных дат больше и на сколько? В каком из тысячелетий таких зеркальных дат было (или будет) больше всего?
6. У продавца есть много гирек весом 15 г, 33 г, 55 г. Можно ли за одно взвешивание на двухчашечных весах отвесить ровно 227 г товара (класть гирьки на чашу с товаром запрещается, других гирек у продавца нет)?

*Время выполнения работы – 3,5 часа*

VIII Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 20 февраля 2021 года

7 класс

- а) Найдите все натуральные числа, которые в 7 раз больше, чем цифра его единиц.  
б) Найдите все натуральные числа, которые в 6 раз больше, чем цифра его единиц.
- У продавца есть много гирек весом 20 г, 28 г, 35 г. Можно ли за одно взвешивание на двухчашечных весах отвесить ровно 197 г товара (класть гирьки на чашу с товаром запрещается, других гирек у продавца нет)?
- В гости к семье аборигенов (муж с женой) на чаепитие по очереди приходили их знакомые аборигены, среди которых были как рыцари, так и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда врут (жена, если она всегда говорит правду, тоже рыцарь). Первый пришедший, посмотрев на сидящих хозяев, сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет лжецов» и сел пить чай. Второй пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет рыцарей» и сел пить чай. Третий пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет лжецов» и сел пить чай и т.д. Наконец шестой пришедший сказал: – «В этой комнате, среди сидящих за столом, нет рыцарей» и сел пить чай. Сколько рыцарей могло быть в этой компании? (Аборигены хорошо знали кто из них рыцарь, а кто лжец.)
- Произведение двух положительных чисел  $x$  и  $y$  равно 2. Какие значения может принимать сумма
$$\frac{1}{2 + 2x + x^2} + \frac{1}{2 + 2y + y^2} + \frac{1}{2 + x + y}$$
- В какое наименьшее количество цветов надо покрасить клетки доски  $6 \times 18$  клеток для того, чтобы у любой клетки было хотя бы два соседа разного цвета, и две клетки одного цвета никогда не стояли рядом?
- В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ :  $\angle A = \angle A_1$ ; равны высоты, проведенные из вершин  $B$  и  $B_1$ ; равны медианы, проведенные из вершин  $C$  и  $C_1$ . Обязательно ли эти треугольники равны?

*Время выполнения работы – 3,5 часа*