ЮНИ-центр-2019 8 класс Инвариант

1. В бригаде 7 человек, и их суммарный возраст – 332 года. Доказать, что из них можно выбрать 3 человека, сумма возрастов которых не меньше 142 лет.
2. *** Можно ли найти такую натуральную степень числа 3, которая оканчивается на …0001?
3. Первый член последовательности равен 1, а каждый следующий, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему члену суммы его цифр. Может ли в этой последовательности встретиться число 765432?
4. Какое наименьшее число а) ладей; б) королей; в) слонов можно расставить на шахматной доске так, чтобы каждая клетка находилась под боем хотя бы одной фигуры? Считаем, что фигура бьет клетку, на которой стоит.
5. В вершинах правильного 12-угольника расставлены числа +1 и -1 таким образом, что во всех вершинах, кроме одной, стоит +1. Разрешается менять знак в любых а) 3-х; б) 4-х; в) 6-и подряд идущих вершинах. Можно ли такими операциями добиться того, чтобы число -1 сместилось в вершину, соседнюю с исходной?
6. В каждую клетку таблицы 8×8 вписано целое число. За один ход можно выбрать квадрат 4×4 или 3×3 и прибавить 1 ко всем числам в этом квадрате. Всегда ли можно получить таблицу, все числа в которой кратны а) 2; б) 3?
7. В стране Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). Могут ли через некоторое время все хамелеоны стать одного цвета?
8. Есть три автомата: первый по карточке с числами a и b выдаёт карточку с числами (a-b, b); второй – карточку (a+b, b); третий – карточку (b, a). Все автоматы возвращают заложенные в них карточки. Можно ли с помощью этих операций из карточки (19, 86) получить карточку а) (31, 13); б) (12, 21)?
9. ** В клетках таблицы 4 × 4 расставлены знаки «+» и «–» (см. рисунок). Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке, в одном столбце или на прямой, параллельной какой-нибудь диагонали (в частности, в любой угловой клетке). Докажите, что такими операциями нельзя получить таблицу с одними плюсами.

+	–	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

10. Шахматная фигура «верблюд» ходит следующим образом: вначале сдвигается на соседнее поле, затем на n полей в перпендикулярном направлении (при n=2 это конь). При каких n верблюд может с любой клетки бесконечной шахматной доски пройти на любую другую?
11. На шахматной доске стоят 8 ладей так, что они не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на черных полях, четно.
12. ** Дно прямоугольной коробки было выложено прямоугольными плитками 2×2 и 1×4. Плитки высыпали из коробки и при этом потеряли плитку размером 2×2, вместо неё нашли плитку размером 1×4. Можно ли при этом опять выложить дно коробки?

ЮНИ-центр-2019 8 класс Инвариант

1. В бригаде 7 человек, и их суммарный возраст – 332 года. Доказать, что из них можно выбрать 3 человека, сумма возрастов которых не меньше 142 лет.
2. *** Можно ли найти такую натуральную степень числа 3, которая оканчивается на …0001?
3. Первый член последовательности равен 1, а каждый следующий, начиная со второго, получается прибавлением к предыдущему члену суммы его цифр. Может ли в этой последовательности встретиться число 765432?
4. Какое наименьшее число а) ладей; б) королей; в) слонов можно расставить на шахматной доске так, чтобы каждая клетка находилась под боем хотя бы одной фигуры? Считаем, что фигура бьет клетку, на которой стоит.
5. В вершинах правильного 12-угольника расставлены числа +1 и -1 таким образом, что во всех вершинах, кроме одной, стоит +1. Разрешается менять знак в любых а) 3-х; б) 4-х; в) 6-и подряд идущих вершинах. Можно ли такими операциями добиться того, чтобы число -1 сместилось в вершину, соседнюю с исходной?
6. В каждую клетку таблицы 8×8 вписано целое число. За один ход можно выбрать квадрат 4×4 или 3×3 и прибавить 1 ко всем числам в этом квадрате. Всегда ли можно получить таблицу, все числа в которой кратны а) 2; б) 3?
7. В стране Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). Могут ли через некоторое время все хамелеоны стать одного цвета?
8. Есть три автомата: первый по карточке с числами a и b выдаёт карточку с числами (a-b, b); второй – карточку (a+b, b); третий – карточку (b, a). Все автоматы возвращают заложенные в них карточки. Можно ли с помощью этих операций из карточки (19, 86) получить карточку а) (31, 13); б) (12, 21)?
9. ** В клетках таблицы 4 × 4 расставлены знаки «+» и «–» (см. рисунок). Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке, в одном столбце или на прямой, параллельной какой-нибудь диагонали (в частности, в любой угловой клетке). Докажите, что такими операциями нельзя получить таблицу с одними плюсами.

+	–	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

10. Шахматная фигура «верблюд» ходит следующим образом: вначале сдвигается на соседнее поле, затем на n полей в перпендикулярном направлении (при n=2 это конь). При каких n верблюд может с любой клетки бесконечной шахматной доски пройти на любую другую?
11. На шахматной доске стоят 8 ладей так, что они не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на черных полях, четно.
12. ** Дно прямоугольной коробки было выложено прямоугольными плитками 2×2 и 1×4. Плитки высыпали из коробки и при этом потеряли плитку размером 2×2, вместо неё нашли плитку размером 1×4. Можно ли при этом опять выложить дно коробки?