

Простые задачи на теорию множеств

1. На доске нарисовали 20 прямоугольников и 15 ромбов. Всего нарисовано 30 фигур. Как такое может быть?
2. Из 100 человек 70 знают английский язык, а 60 – французский. Каждый знает хотя бы один язык. Сколько человек знают оба языка?
3. а) Старейший математик среди шахматистов и старейший шахматист среди математиков – это один и тот же человек или (возможно) разные? б) Лучший математик среди шахматистов и лучший шахматист среди математиков – это один и тот же человек или (возможно) разные?
4. Каждый десятый математик – шахматист, а каждый шестой шахматист – математик. Кого больше – математиков или шахматистов – и во сколько раз?

Взаимно однозначное соответствие

5. Каких подмножеств больше у 100-элементного множества: мощности 57 или мощности 43?
6. На окружности выбраны 1000 белых точек и одна черная. Чего больше – треугольников с вершинами в белых точках или четырехугольников, у которых одна вершина черная, а остальные три – белые?
7. На окружности выбраны 2011 точек, одна из которых отмечена. Каких многоугольников с вершинами в этих 2011 точках больше: тех, что содержат отмеченную вершину, или остальных?
8. Шестизначный трамвайный билет считается счастливым, если сумма трёх первых его цифр равна сумме трёх последних. Каких билетов больше: счастливых или тех, номер которых делится на 11?
9. Придворный астролог считает, что время хорошее, если минутная стрелка встречается раньше часовой при мгновенном обходе циферблата часов по часовой стрелке, начиная от секундной стрелки, и плохое – в противном случае. Какого времени в сутках больше – плохого или хорошего?
10. Сколько существует девятизначных чисел, сумма цифр которых четна?
11. * Каких треугольников с целочисленными сторонами больше: имеющих периметр 2015 или имеющих периметр 2018?

Начала комбинаторики: Правила суммы и произведения

12. В магазине «Все для чая» есть 5 чашек, 3 блюдца и 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить а) чашку с блюдцем; б) полный набор, состоящий из чашки, блюдца и ложки?
13. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если для передачи писем можно использовать трех курьеров и каждое письмо можно дать любому из курьеров?
14. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трех букв: А, Б и В. Словом является любая последовательность, состоящая не более чем из четырех букв. Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо?
15. Назовем натуральное число «симпатичным», если в его записи встречаются только нечетные цифры. Сколько существует 4-значных «симпатичных» чисел?
16. Сколько существует 6-значных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?
17. В алфавите племени Бум-Бум шесть букв. Словом является любая последовательность из шести букв, в которой есть хотя бы две одинаковые буквы. Сколько слов в языке племени Бум-Бум?
18. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску а) белую и черную ладьи; б) две белые ладьи так, чтобы они не били друг друга?
19. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску восемь а) одноцветных ладей; б) разноцветных ладей так, чтобы они не били друг друга?
20. * На двух клетках шахматной доски стоят черная и белая фишки. За один ход можно передвинуть любую из них на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку. Две фишки не могут стоять на одной клетке. Могут ли в результате таких ходов встретиться все возможные варианты расположения этих двух фишек, причем ровно по одному разу?
21. * Имеется множество S , состоящее из n элементов. Сколькими способами можно выбрать в S два подмножества A и B так, чтобы а) множества A и B не пересекались; б) множество A содержалось бы в множестве B ?