Простой вариант

1. Решите в целых числах уравнение $3x^2 - 2y^2 = 1998$.
2. Имеется некоторая компания. Человека называют нелюдимым, если у него не более 3 знакомых в этой компании. Известно, что у каждого человека из компании не менее трех нелюдимых знакомых. Докажите, что в этой компании все нелюдимые.

Сложный вариант

1. Решите в целых числах уравнение $a^2 + b^2 + c^2 = 2^{2015}$.
2. В олимпиаде участвует 2018 школьников. Известно, что среди любых *n* из них найдется школьник, знакомый с каждым из остальных *n*-1 школьников. Можно ли утверждать, что найдется школьник, знакомый со всеми остальными школьниками, если а) *n* = 4; б) *n* = 5?

Задачи, общие для простого и сложного варианта

3. Можно ли в клетки таблицы 4 × 5 вписать числа от 1 до 20 так, чтобы произведение чисел в каждом квадрате 2 × 2, состоящем из четырех клеток таблицы, делилось а) на 80; б) на 90.
4. Высоты остроугольного треугольника *ABC* пересекаются в точке *H*. Известно, что *AB* = *CH*. Найдите угол *ACB*.
5. На столе в ряд расположены 100 шаров, пять из которых зеленые, а остальные - синие. Петя и Вася играют в следующую игру. Каждый из них по очереди берет себе один из крайних шаров. Игра заканчивается, когда на столе не останется зеленых шаров, и выигрывает тот из мальчиков, у кого зеленых шаров окажется больше. Первым ходит Петя. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть?

Задача для все перерешавших юных гениев

6. Каких треугольников с целочисленными сторонами больше: с периметром 1997 или с периметром 2000?

ЮНИ-центр-2017 **8 класс** **Сборы к городской олимпиаде, день 3**

Простой вариант

1. Решите в целых числах уравнение $3x^2 - 2y^2 = 1998$.
2. Имеется некоторая компания. Человека называют нелюдимым, если у него не более 3 знакомых в этой компании. Известно, что у каждого человека из компании не менее трех нелюдимых знакомых. Докажите, что в этой компании все нелюдимые.

Сложный вариант

1. Решите в целых числах уравнение $a^2 + b^2 + c^2 = 2^{2015}$.
2. В олимпиаде участвует 2018 школьников. Известно, что среди любых *n* из них найдется школьник, знакомый с каждым из остальных *n*-1 школьников. Можно ли утверждать, что найдется школьник, знакомый со всеми остальными школьниками, если а) *n* = 4; б) *n* = 5?

Задачи, общие для простого и сложного варианта

3. Можно ли в клетки таблицы 4 × 5 вписать числа от 1 до 20 так, чтобы произведение чисел в каждом квадрате 2 × 2, состоящем из четырех клеток таблицы, делилось а) на 80; б) на 90.
4. Высоты остроугольного треугольника *ABC* пересекаются в точке *H*. Известно, что *AB* = *CH*. Найдите угол *ACB*.
5. На столе в ряд расположены 100 шаров, пять из которых зеленые, а остальные - синие. Петя и Вася играют в следующую игру. Каждый из них по очереди берет себе один из крайних шаров. Игра заканчивается, когда на столе не останется зеленых шаров, и выигрывает тот из мальчиков, у кого зеленых шаров окажется больше. Первым ходит Петя. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть?

Задача для все перерешавших юных гениев

6. Каких треугольников с целочисленными сторонами больше: с периметром 1997 или с периметром 2000?