ЮНИ-центр-XXI **9 класс** **Сборы-3**

1. Существует ли такое натуральное число, что произведение всех его натуральных делителей (включая 1 и само число) оканчивается ровно на 2015 нулей?
2. Каждая из 9 прямых разбивает квадрат на два четырехугольника, площади которых относятся как 2:3. Докажите, что по крайней мере три из этих девяти прямых проходят через одну точку.
3. На совместной конференции партий лжецов и правдолюбов в президиум было выбрано 32 человека, которых рассадили в 4 ряда по 8 человек в каждом. В перерыве каждый член президиума заявил, что среди его соседей есть представители обеих партий. Известно, что лжецы всегда лгут, а правдолюбы всегда говорят правду. При каком наименьшем числе лжецов возможна такая ситуация? (Два члена президиума считаются соседями, если один из них сидит слева, справа, спереди или сзади от другого)

Простой вариант

4. Может ли число $n!$ оканчиваться цифрами 197600…00?
5. Имеется куча из а) 16; б) 17; в) n камней. Двое играющих берут из неё камни по очереди. Каждый может взять 1, 2 или 3 камня. Выигрывает тот, кто берёт последние камни. Кто выигрывает при правильной игре? г) тот же вопрос, если в куче n камней, а каждый может брать от 1 до m камней.

Сложный вариант

4. Докажите, что число $1!+2!+3!+...+k!$ не может быть степенью натурального числа.
5. Двое играют в следующую игру. Есть две кучки камней. В одной из них лежит n камней, а в другой – m камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки 1 камень, либо взять из любой кучки 2 камня. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть в этой игре независимо от игры соперника, если а) $n = 1$, $m = 100$; б) $n = 20$, $m = 100$?

ЮНИ-центр-XXI **9 класс** **Сборы-3**

1. Существует ли такое натуральное число, что произведение всех его натуральных делителей (включая 1 и само число) оканчивается ровно на 2015 нулей?
2. Каждая из 9 прямых разбивает квадрат на два четырехугольника, площади которых относятся как 2:3. Докажите, что по крайней мере три из этих девяти прямых проходят через одну точку.
3. На совместной конференции партий лжецов и правдолюбов в президиум было выбрано 32 человека, которых рассадили в 4 ряда по 8 человек в каждом. В перерыве каждый член президиума заявил, что среди его соседей есть представители обеих партий. Известно, что лжецы всегда лгут, а правдолюбы всегда говорят правду. При каком наименьшем числе лжецов возможна такая ситуация? (Два члена президиума считаются соседями, если один из них сидит слева, справа, спереди или сзади от другого)

Простой вариант

4. Может ли число $n!$ оканчиваться цифрами 197600…00?
5. Имеется куча из а) 16; б) 17; в) n камней. Двое играющих берут из неё камни по очереди. Каждый может взять 1, 2 или 3 камня. Выигрывает тот, кто берёт последние камни. Кто выигрывает при правильной игре? г) тот же вопрос, если в куче n камней, а каждый может брать от 1 до m камней.

Сложный вариант

4. Докажите, что число $1!+2!+3!+...+k!$ не может быть степенью натурального числа.
5. Двое играют в следующую игру. Есть две кучки камней. В одной из них лежит n камней, а в другой – m камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки 1 камень, либо взять из любой кучки 2 камня. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть в этой игре независимо от игры соперника, если а) $n = 1$, $m = 100$; б) $n = 20$, $m = 100$?