Простой вариант

1. Про некоторую компанию из 70 человек известно, что если два человека из нее знакомы, то они имеют одинаковое число знакомых в этой компании, а если незнакомы, то разное. Докажите, что в этой компании обязательно найдется человек, имеющий не менее 11 знакомых.
2. Дан квадрат 5×5 . Можно ли вписать в каждую его клетку по числу таким образом, чтобы сумма чисел во всем квадрате была положительной, а сумма чисел в любом квадрате 2×2 , 3×3 , 4×4 была отрицательной?

Сложный вариант

1. Гидры состоят из голов и шей (любая шея соединяет две головы). Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящие из какой-то головы A гидры, но при этом из головы A мгновенно вырастает по одной шее во все головы, с которыми A не была соединена. Геракл побеждает гидру, если ему удастся разрубить ее на две несвязанные шеями части. Найдите наименьшее N , при котором Геракл сможет победить любую стошею гидру, нанеся ей не более N ударов.
2. Можно ли прямоугольник 5×7 покрыть уголками из трех клеток, не выходящими за его пределы, в несколько слоев так, чтобы каждая клетка прямоугольника была покрыта одинаковым числом клеток, принадлежащих уголкам?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. Найдите все такие пары простых чисел p и q , что $p^3 - q^5 = (p + q)^2$.
4. Точка O , лежащая внутри выпуклого четырехугольника площади S , отражается симметрично относительно середин его сторон. Найдите площадь четырехугольника с вершинами в полученных точках.
5. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон AB , BC и AC в точках M , N и K соответственно. Прямая, проходящая через вершину A и параллельная NK , пересекает прямую MN в точке D . Прямая, проходящая через вершину A и параллельная NM , пересекает прямую NK в точке E . Докажите, что прямая DE содержит среднюю линию треугольника ABC .

Простой вариант

1. Про некоторую компанию из 70 человек известно, что если два человека из нее знакомы, то они имеют одинаковое число знакомых в этой компании, а если незнакомы, то разное. Докажите, что в этой компании обязательно найдется человек, имеющий не менее 11 знакомых.
2. Дан квадрат 5×5 . Можно ли вписать в каждую его клетку по числу таким образом, чтобы сумма чисел во всем квадрате была положительной, а сумма чисел в любом квадрате 2×2 , 3×3 , 4×4 была отрицательной?

Сложный вариант

1. Гидры состоят из голов и шей (любая шея соединяет две головы). Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящие из какой-то головы A гидры, но при этом из головы A мгновенно вырастает по одной шее во все головы, с которыми A не была соединена. Геракл побеждает гидру, если ему удастся разрубить ее на две несвязанные шеями части. Найдите наименьшее N , при котором Геракл сможет победить любую стошею гидру, нанеся ей не более N ударов.
2. Можно ли прямоугольник 5×7 покрыть уголками из трех клеток, не выходящими за его пределы, в несколько слоев так, чтобы каждая клетка прямоугольника была покрыта одинаковым числом клеток, принадлежащих уголкам?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. Найдите все такие пары простых чисел p и q , что $p^3 - q^5 = (p + q)^2$.
4. Точка O , лежащая внутри выпуклого четырехугольника площади S , отражается симметрично относительно середин его сторон. Найдите площадь четырехугольника с вершинами в полученных точках.
5. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон AB , BC и AC в точках M , N и K соответственно. Прямая, проходящая через вершину A и параллельная NK , пересекает прямую MN в точке D . Прямая, проходящая через вершину A и параллельная NM , пересекает прямую NK в точке E . Докажите, что прямая DE содержит среднюю линию треугольника ABC .