Простой вариант

1. Докажите, что число 111…111 (243 единицы) делится на 243.
2. Даны два ящика с шариками. За ход разрешается взять один шарик из любого ящика. Выигрывает тот, после хода которого один из ящиков опустеет. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть, если в первом ящике 10 шариков, а во втором а) 9 шариков; б) 12 шариков.

Сложный вариант

1. Докажите, что для любого натурального n существует число, составленное лишь из цифр 1 и 2 и кратное 2^n.
2. На доске написано число 200…000 (n нулей). Петя и Коля по очереди делят число, написанное на доске, на любое из следующих трёх чисел: 2, 5, 10. Проигрывает тот из них, после хода которого на доске появится нецелое число. Петя ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. В некотором городе на каждом перекрестке сходятся ровно три улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрестке сходятся улицы трех разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.
4. Имеются 300 яблок, любые два из которых различаются по весу не более чем в два раза. Докажите, что их можно разложить в пакеты по два яблока так, чтобы любые два пакета различались по весу не более, чем в полтора раза.
5. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка F. Оказалось, что отрезок AF пересекает медиану BD в точке E так, что $AE = BC$. Докажите, что $BF = FE$.

Сложная задача

6. Сумма четырёх натуральных чисел равна 1995. Какое наименьшее значение может принимать НОК этих чисел?

ЮНИ-центр-2018 8 класс Сборы к городской олимпиаде, день 6

Простой вариант

1. Докажите, что число 111…111 (243 единицы) делится на 243.
2. Даны два ящика с шариками. За ход разрешается взять один шарик из любого ящика. Выигрывает тот, после хода которого один из ящиков опустеет. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть, если в первом ящике 10 шариков, а во втором а) 9 шариков; б) 12 шариков.

Сложный вариант

1. Докажите, что для любого натурального n существует число, составленное лишь из цифр 1 и 2 и кратное 2^n.
2. На доске написано число 200…000 (n нулей). Петя и Коля по очереди делят число, написанное на доске, на любое из следующих трёх чисел: 2, 5, 10. Проигрывает тот из них, после хода которого на доске появится нецелое число. Петя ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. В некотором городе на каждом перекрестке сходятся ровно три улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрестке сходятся улицы трех разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.
4. Имеются 300 яблок, любые два из которых различаются по весу не более чем в два раза. Докажите, что их можно разложить в пакеты по два яблока так, чтобы любые два пакета различались по весу не более, чем в полтора раза.
5. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка F. Оказалось, что отрезок AF пересекает медиану BD в точке E так, что $AE = BC$. Докажите, что $BF = FE$.

Сложная задача

6. Сумма четырёх натуральных чисел равна 1995. Какое наименьшее значение может принимать НОК этих чисел?