

Остаток

- * В стране Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). Могут ли через некоторое время все хамелеоны стать одного цвета?
- * Есть три автомата: первый по карточке с числами a и b выдаёт карточку с числами $(a-b, b)$; второй – карточку $(a+b, b)$; третий – карточку (b, a) . Все автоматы возвращают заложенные в них карточки. Можно ли с помощью этих операций из карточки $(19, 86)$ получить карточку a $(31, 13)$; b $(12, 21)$?

Раскраски

- Можно ли доску 10×10 разрезать на прямоугольники 4×1 ?
- На поле для игры в «морской бой» размером 10×10 расположен один корабль 1×4 . Какое наименьшее количество выстрелов необходимо произвести, чтобы гарантированно «ранить» его?
- Докажите, что доску 10×10 нельзя замостить фигурками, изображенными на рисунке 1.
- а) В таблице 8×8 одна из клеток закрашена чёрным цветом, все остальные белым. Докажите, что с помощью перекрашивания строк и столбцов нельзя добиться того, чтобы все клетки стали белыми; б) а если таблица имеет размеры 3×3 и в черный цвет закрашена угловая клетка? в) а если чёрным цветом закрашены четыре угловые клетки?
- ** В клетках таблицы 4×4 расставлены знаки «+» и «-» (см. рисунок). Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке, в одном столбце или на прямой, параллельной какой-нибудь диагонали (в частности, в любой угловой клетке). Докажите, что такими операциями нельзя получить таблицу с одними плюсами.
- * Шахматная фигура «верблюд» ходит следующим образом: вначале сдвигается на соседнее поле, затем на n полей в перпендикулярном направлении (при $n=2$ это конь). При каких n верблюд может с любой клетки бесконечной шахматной доски пройти на любую другую?
- * На шахматной доске стоят 8 ладей так, что они не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на черных полях, чётно.
- ** Дно прямоугольной коробки было выложено прямоугольными плитками 2×2 и 1×4 . Плитки высыпали из коробки и при этом потеряли плитку размером 2×2 , вместо неё нашли плитку размером 1×4 . Можно ли при этом опять выложить дно коробки?

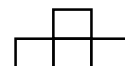


Рис. 1

+	-	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+

Остаток

- * В стране Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно приобретают окраску третьего цвета (например, серый и бурый становятся малиновыми). Могут ли через некоторое время все хамелеоны стать одного цвета?
- * Есть три автомата: первый по карточке с числами a и b выдаёт карточку с числами $(a-b, b)$; второй – карточку $(a+b, b)$; третий – карточку (b, a) . Все автоматы возвращают заложенные в них карточки. Можно ли с помощью этих операций из карточки $(19, 86)$ получить карточку a $(31, 13)$; b $(12, 21)$?

Раскраски

- Можно ли доску 10×10 разрезать на прямоугольники 4×1 ?
- На поле для игры в «морской бой» размером 10×10 расположен один корабль 1×4 . Какое наименьшее количество выстрелов необходимо произвести, чтобы гарантированно «ранить» его?
- Докажите, что доску 10×10 нельзя замостить фигурками, изображенными на рисунке 1.
- а) В таблице 8×8 одна из клеток закрашена чёрным цветом, все остальные белым. Докажите, что с помощью перекрашивания строк и столбцов нельзя добиться того, чтобы все клетки стали белыми; б) а если таблица имеет размеры 3×3 и в черный цвет закрашена угловая клетка? в) а если чёрным цветом закрашены четыре угловые клетки?
- ** В клетках таблицы 4×4 расставлены знаки «+» и «-» (см. рисунок). Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке, в одном столбце или на прямой, параллельной какой-нибудь диагонали (в частности, в любой угловой клетке). Докажите, что такими операциями нельзя получить таблицу с одними плюсами.
- * Шахматная фигура «верблюд» ходит следующим образом: вначале сдвигается на соседнее поле, затем на n полей в перпендикулярном направлении (при $n=2$ это конь). При каких n верблюд может с любой клетки бесконечной шахматной доски пройти на любую другую?
- * На шахматной доске стоят 8 ладей так, что они не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на черных полях, чётно.
- ** Дно прямоугольной коробки было выложено прямоугольными плитками 2×2 и 1×4 . Плитки высыпали из коробки и при этом потеряли плитку размером 2×2 , вместо неё нашли плитку размером 1×4 . Можно ли при этом опять выложить дно коробки?

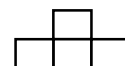


Рис. 1

+	-	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+
+	+	+	+