

## Решения к занятию 14.03.2020

**1.1. Указание.** В случае отрицательного ответа следует обосновать ответ. В случае положительного ответа предложить возможную схему знакомств.

*Ответ.* Высказывание Незнайки не верно для вариантов 1, 5, 7, 10, 17 и верно для остальных вариантов.

**1.2. Решение.** Поставим в соответствие каждому игроку точку плоскости — вершину графа. Если два игрока встретились между собой, то соединим соответствующие вершины линией — ребром графа. Таким образом, мы построили *граф встреч* игроков. Пусть в этом графе  $G$  вершина 1 соответствует Ване, вершина 2 — Толе, вершина 3 — Леше, вершина 4 — Диме, вершина 5 — Семену, вершина 6 — Илье и вершина 7 — Жене.

Поскольку Ваня провел 6 встреч, то степень вершины 1 равна 6, и эта вершина соединим со всеми вершинами графа. Степень вершины 2 должна быть равна 5, так как Толя провел 5 встреч. Из вершины 2 уже выходит одно ребро. Оставшиеся 4 ребра проведем из 2 в вершины 3, 4, 5 и 6, поскольку вершина 7, степень которой равна 1 (Женя провел одну встречу), соединена уже ребром с вершиной 1.

Теперь вершины 3, 4, 5 и 6 имеют степени: 2. Вершины 5 и 6, соответствующие Семену и Илье, должны иметь такие степени, так как эти участники провели по две встречи. Вершины 3 и 4 соединим ребром, поскольку они должны иметь степени 3, так Леша и Дима провели по 3 встречи.

Это означает, что граф  $G$ , описывающий встречи участников, имеет вид:

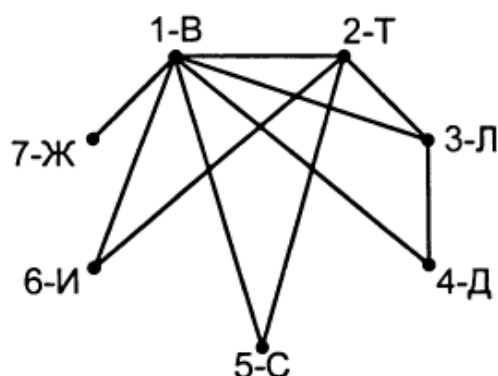


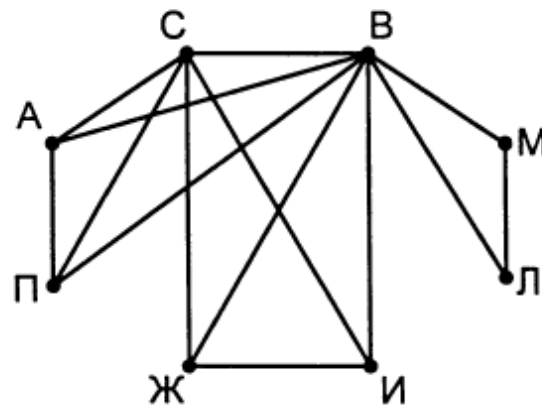
Рис. к ответу 1.2

Поэтому Леша, которому соответствует вершина 3, встретился с Ваней, Толей и Димой, которым соответствуют вершины 1, 2 и 4.

**1.3. Ответ.** Вова сыграл с Мишей, Петей и Сашей.

**1.4. Ответ.** Ваня сыграл с Мишей и Сашей.

**1.5. Ответ.** Встречи, проведенные школьниками, описывает следующий граф:

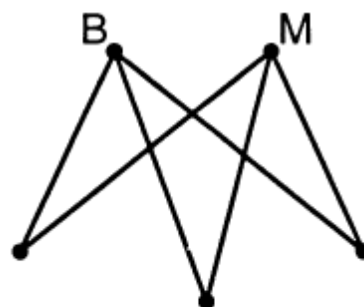


**Рис. к ответу 1.5**

**1.6. Ответ.** Андрей и Саша сыграли или по 3 партии (если играли друг с другом), или по 2 партии (или не играли друг с другом).

**1.7. Решение.** Рассмотрим два случая: 1) Ваня и Миша не играли друг с другом; 2) Ваня и Миша сыграли друг с другом.

1) В этом случае каждый из остальных участников провел по 2 встречи:



**Рис. к ответу 1.7 (1)**

2) Разобьем этот случай на 2 подслучая: 2а) существует участник, не встречавшийся ни с Ваней, ни с Мишей; 2б) каждый из участников встретился или с Ваней, или с Мишей (а может и с каждым из них).

2а) Этот случай невозможен, поскольку проведя шестое ребро, мы получим противоречие с условием задачи, так как будет еще один участник также сыгравший 3 партии:

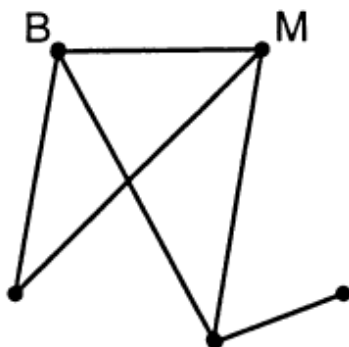


Рис. к ответу 1.7 (2)

2б) Есть только одна возможность провести шестое ребро, не нарушая условий задачи:

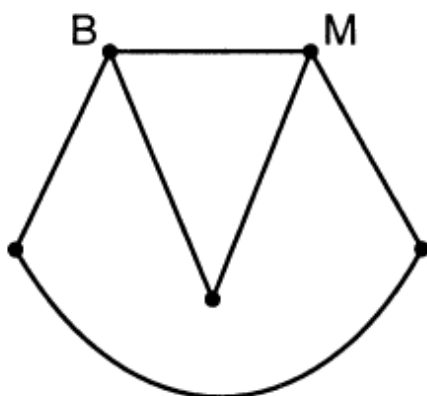
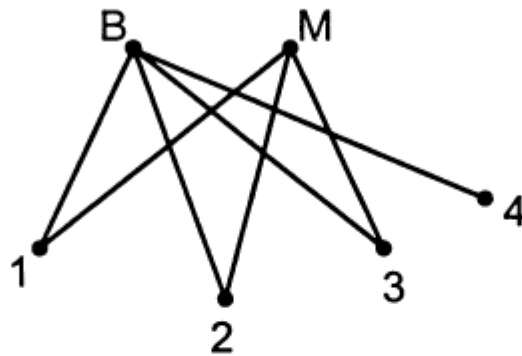


Рис. к ответу 1.7 (3)

*Ответ.* Наименьшее число встреч, проведенных участником, равно 2.

**1.8. Указание.** Построим граф, показывающий встречи Вани и Миши:



**Рис. к ответу 1.8**

Нужно провести еще 3 ребра, соединяющих некоторые пары вершин, помеченных числами 1, 2, 3, 4. В каждом из случаев проведения этих ребер появится вершина, из которой будет выходить 4 ребра.

*Ответ.* Существует участник, кроме Вани, прошедший встреч больше, чем Миша.

**1.9. Ответ.** 2 матча.

**1.10. Указание.** У графов занумеруйте вершины.