

Решения к занятию 21.03.2020

2.1. Ответ. Графы G_1 и G_5 — полные, остальные нет.

2.2. Указание. Нужно построить полный граф, в котором вершины соответствуют людям, а ребра — рукопожатиям, и подсчитать число ребер в нем.

Ответ. а) 6; б) 15; в) 28; г) 45; д) 105; е) 190; ж) 231; з) 780; и) 3321; к) 4950.

2.3. Указание. Подберите полный граф, у которого число ребер будет равно числу встреч команд.

Ответ. а) 5; б) 8; в) 10; г) 12; д) 14; е) 16; ж) 20; з) данное число игр невозможно.

2.4. Указание. После вычисления количества пересечений необходимо представить рисунок, показывающий, что оно возможно.

Ответ. 15.

2.5. Указание. Если в турнире участвовало 8 человек, то нужно было бы сыграть не более 28 партий (в случае, когда каждый участник сыграл все партии) и не менее 21 одной партии (в случае, когда один участник выбыл).

Ответ. 8; 3.

2.6. Ответ. а) 11, 5; б) 12, 7; в) 16, 5; г) 20, 0.

2.7. Решение. Если в турнире участвовало 16 шахматистов, то число сыгранных ими встреч не должно превосходить 120, если 15, то — 105, если 14, то — 91. Поэтому в турнире играли или 16, или 15 шахматистов. Во втором случае 13 шахматистов, закончивших турнир, провели между собой $13 \times 12/2 = 78$ партий. Следовательно, выбывшие вместе сыграли 16 встреч, т. е. кто-то из них провел больше половины возможных партий. В первом случае выбывшие провели вместе 3 встречи, что удовлетворяет условию задачи. Если они не встречались между собой, то один из них сыграл одну партию, другой две. А сколько встреч они могли провести, если встречались между собой?

Ответ. 16.

2.8. Ответ. 15.

2.9. Ответ. 20.

2.10. Решение. Если в турнире участвовало 16 шахматистов, то число сыгранных ими партий не должно превосходить $16 \times 15/2 = 120$. Поэтому в турнире играло больше 16 человек. Рассмотрим следующие случаи.

а) Турнир начало 17 участников. Тогда 14 из них, закончивших турнир, провели между собой $14 \times 13/2 = 91$ встречу, а выбывшие провели вместе 39 встреч, следовательно кто-то из них провел больше половины турнира.

б) Турнир начало 18 участников. Тогда 15 из них, закончивших турнир, провели между собой $15 \times 14/2 = 105$ встреч, а выбывшие провели вместе 25 встреч. Однако участники выбыли в первой половине турнира, поэтому они не могли вместе провести более 24 встреч.

в) Турнир начало 19 участников. Тогда 16 из них, закончивших турнир, провели между собой $16 \times 15/2 = 120$ встреч, а выбывшие провели вместе 10 встреч. Каждый из них мог выбыть в первой половине турнира.

г) Турнир начало 20 участников. Тогда 17 из них, закончивших турнир, провели между собой $17 \times 16/2 = 136$ встреч, т. е. больше, чем все участники нашего турнира.

Ответ. 19.