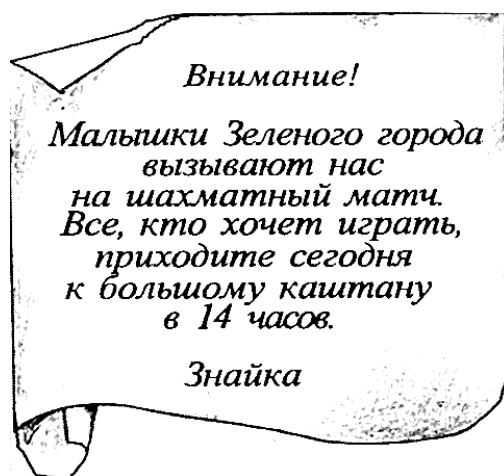


Незнайка собирается на шахматный турнир

Идет как-то раз Незнайка по улице и вдруг при входе на бульвар Васильков видит на афишной тумбе объявление:



Посмотрел Незнайка на часы: без десяти минут два. Хорошо, что до каштана рукой подать.

Незнайка не так давно научился играть в шахматы, но уже считал себя хорошим игроком. Да и старых знакомых из Зеленого города хотелось увидеть.

Прибежал Незнайка к каштану, а там уже собралось много малышей. Знакомых и незнакомых тоже.

— Вот еще и Незнайка явился, — проворчал Ворчун. Он-то играл в шахматы хуже Незнайки и боялся конкуренции.

Знайка посмотрел на часы:

— Два часа, больше никого не ждем. Через две недели в Зеленом городе будет большой праздник. Малышки приглашают туда нашу команду. Кто хочет в ней играть?

Коротышки загалдели, закричали: каждый хотел померяться силой с малышами.

— Вижу, — сказал Знайка, — желающих много. А в команде должно быть четыре малыша. Придется проводить отборочный турнир. Прошу записываться.

После того как желающие записались, в списках оказалось 16 малышей.

— Давайте проведем чемпионат Цветочного города, — предложил Незнайка. — Те, кто займет первые четыре места, составят команду.

Незнайку поддержал Знайка:

— Правильно. Это самый справедливый способ выбора сильнейших. А по какой системе будем играть?

— Не нужно нам никакой системы! — закричал Торопыжка. — Каждый играет с каждым. Кто наберет больше очков, тот и чемпион.

— Такая система называется круговой. Но я думаю, что она нам не подходит, — заявил Знайка.

— Это еще почему не подходит? — возмутился Гунька. — Она самая справедливая!

— Нас шестнадцать малышей. Значит, каждый должен будет сыграть с пятнадцатью. Если играть по одной партии в день, потребуется полмесяца.

— А мы будем играть по несколько партий в день, — не унимался Гунька.

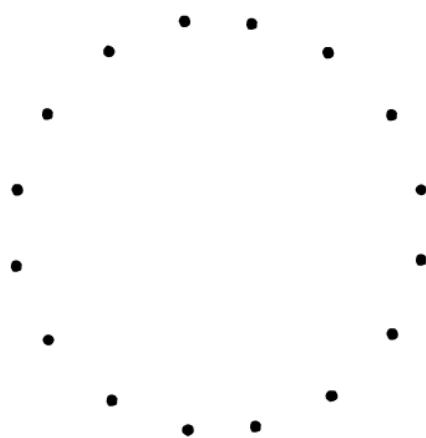
— Настоящие шахматисты играют по одной партии в день, — сказал Знайка, потом подумал немного и добавил, — ну, может быть, по две, и обязательно с часами. А мы же настоящие шахматисты.

Никто на это не возразил, ведь каждому хотелось чувствовать себя настоящим спортсменом.

— Интересно, а сколько при круговой системе пришлось бы сыграть партий? — спросил Шпунтик.

— Какая разница, — пробурчал Ворчун, — если нам эта система не подошла.

— Число партий легко подсчитать, — сказал Знайка и нарисовал 16 точек. — 16 точек — это 16 шахматистов.



— Если два шахматиста играют между собой, соединим их точки линией.

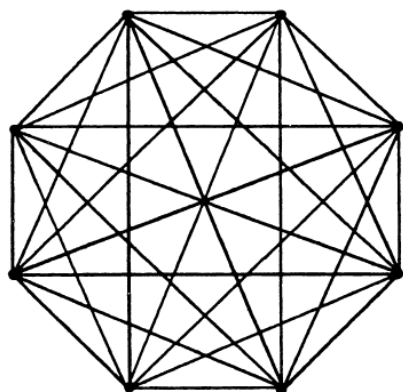
— Но у нас каждый малыш играет с каждым, — сказал Чудик.

— Поэтому соединим каждую точку с остальными, — и Знайка начал проводить линии. — Ой, очень много линий получается, уже запутался. Давайте считать, что шахматистов 8.

— Как это 8, если их 16, — не согласился Ворчун.

— Разберемся сначала с восьмью, а потом и с шестнадцатью.

Знайка нарисовал картинку:



— Незнайка, как называется такой рисунок?

Незнайка вспомнил недавний разговор со Знайкой:

— Граф.

— Верно. Точки, или вершины графа, — это шахматисты, а линии, или ребра, графа — это партии. Такой граф, в котором каждая вершина соединена со всеми остальными, называется *полным*. Если мы хотим узнать, сколько партий сыграют восемь шахматистов, мы должны подсчитать число ребер в полном графе с восьмью вершинами.

— Что здесь считать, — сказал Торопыжка. Из каждой точки выходят 7 линий, значит, всех линий будет $8 \times 7 = 56$.

— Ха-ха-ха, — засмеялся Гунька. — Поспешишь, малышей насмешишь. Ведь каждая линия выходит из двух точек, значит, Торопыжка сосчитал ее два раза, а нужно было всего один.

Гунька не признался, что совсем недавно он сделал такую же ошибку.

— Да, — Торопыжка почесал затылок. — Но это можно легко исправить: если я каждую линию посчитал дважды, то разделим полученное число на 2. В этом графе 28 ребер.

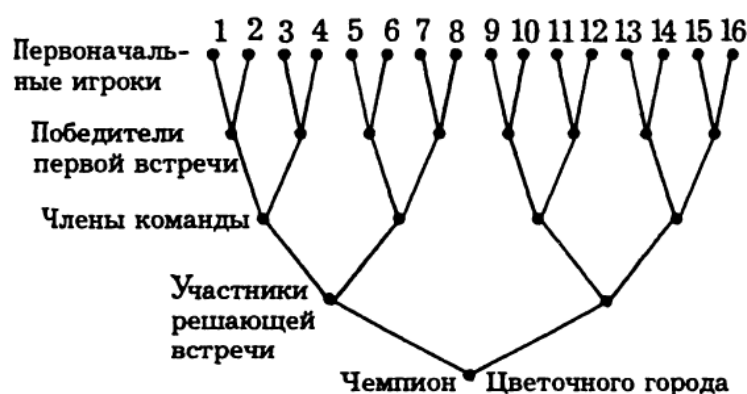
— Правильно, — согласился Знайка. — А сколько же ребер будет в полном графе с шестнадцатью вершинами?

— Знаю! — воскликнул Винтик. — Любая точка соединена с пятнадцатью другими: $16 \times 15 = 240$. Я тоже посчитал каждую линию дважды. 240 делим на 2, получается 120 линий. Нам нужно

сыграть 120 партий. Понадобится семь с половиной дней, если каждый будет играть по две партии в день.

— Многовато, — сказал Ворчун.

— Поэтому я предлагаю другую систему, — опять вступил в разговор Знайка. — Она называется *олимпийской*. Шестнадцать малышей разобьем на восемь пар. Малыши в каждой паре встречаются между собой. Восемь победителей составят четыре новые пары. После встречи в этих парах останутся четыре малыша, которые и войдут в команду. А еще через две встречи мы узнаем, кто чемпион Цветочного города. Олимпийскую систему можно изобразить следующим графом:



Такой граф называется *корневым деревом*.

— Конечно, деревом, — воскликнул художник Тюбик, — оно и растет из корня — точки снизу.

— Но если это дерево, то у него должны быть и листья, — задумчиво сказал Ворчун.

— Вершины вверху называются листьями, — уточнил Знайка. — Ну, что? Подходит нам такая система? Смотрите, чтобы определить команду, участникам нужно провести по две встречи.

— А восьми игрокам — только одну, — мрачно заметил Ворчун.

— Чемпион определится после четырех, — продолжил Знайка.

— Как будем выбирать соперников? — поинтересовался Винтик.

— По жребию. Согласны?

— Нет! — закричал Незнайка. — Несправедливая система! Я, наверное, один из лучших игроков в городе...

Многие малыши засмеялись, но Незнайка не обратил на это внимания.

— Может быть, только Знайка сильнее. А мне в первой встрече попадет Знайка. Или даже Гунька. А у меня в этот день будет болеть голова, и я ему из-за этого проиграю.

— Я у тебя и у здорового выиграю, — обиделся Гунька.

— Это несправедливая система, — повторил Незнайка. — Нельзя, чтобы из-за одного проигрыша малыш не попадал в команду.

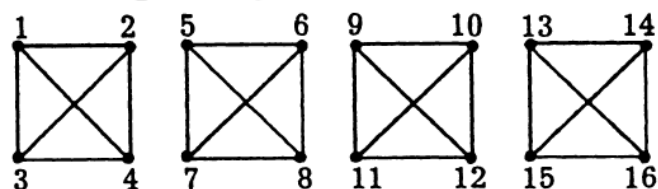
Малыши задумались. Почти все, кроме Знайки, играли в шахматы примерно одинаково, поэтому слова Незнайки затронули всех.

— Да, — протянул Ворчун, — такая система не годится.

Чуть-чуть подумав, Знайка снова заговорил:

— Предлагаю новую систему: шестнадцать игроков делятся на четыре группы по четыре игрока в группе. В группе каждый малыш играет с каждым. Победители групп образуют команду. Они же разыграют звание чемпиона.

Знайка нарисовал картинку:



— Получилось четыре полных графа с четырьмя вершинами каждый, — сказал Гунька.

— Да, — согласился Знайка. — Можно считать, что на этом рисунке нарисованы четыре графа, но можно считать, что это один граф, состоящий из четырех частей. Каждая такая часть называется *компонентой*. Если от одной вершины графа до другой можно перейти по ребрам, то эти вершины принадлежат одной компоненте, а если нельзя, то разным.

— А если от каждой вершины можно по ребрам перейти к любой другой, то у графа будет одна компонента? — спросил Гунька.

— Конечно. Такой граф называется *связным*. А если граф имеет больше чем одну компоненту, то он называется *несвязным*.

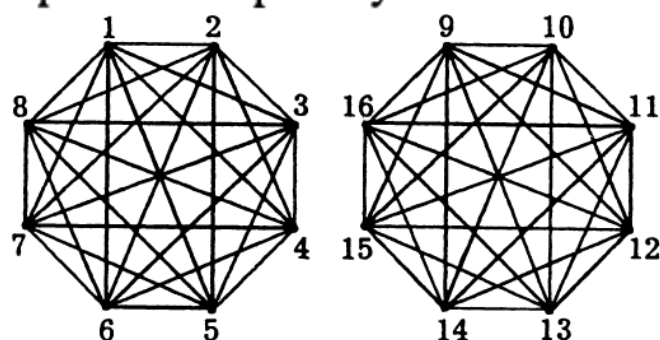
— Каждому малышу придется сыграть по три встречи, — продолжил Знайка. — Надеюсь, у тебя голова три раза болеть не будет? — ехидно обратился он к Незнайке.

— Три раза не будет, а один — возможно. Кроме того, те малыши, которые окажутся в одной группе с тобой, имеют мало шансов попасть в команду.

— Да, — сказал Чудик, — Знайка всех обыграет.

— Поэтому, — продолжил Незнайка, — предлагаю более справедливую систему.

И Незнайка нарисовал картинку:



— Разбиваем всех игроков на две группы по восемь малышей в группе. В группах каждый играет с каждым. По два победителя из каждой группы образуют команду. Так будет справедливее.

— Что же, и так можно. Каждый малыш должен сыграть семь партий в своей группе. За четыре дня управимся. И еще два дня на финал. Все согласны? — спросил Знайка.

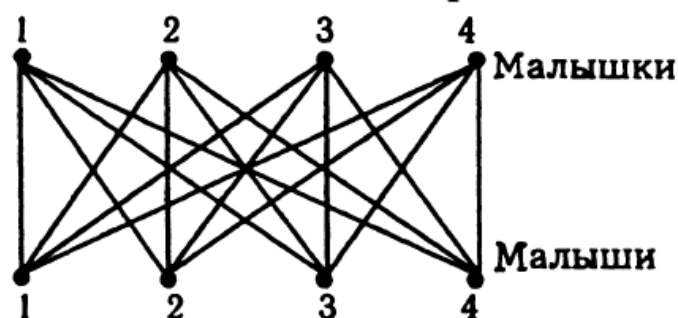
Несогласных не нашлось.

— Давно пора играть, — сказал Торопыжка. — А мы только разговариваем.

Торопыжку интересовал сам процесс игры. В команду попасть он не надеялся, поэтому ему было безразлично, по какой системе играть. Но Пилюлькин поинтересовался:

— А как будем играть с малышами?

— Они предлагают, чтобы каждый из нашей команды сыграл с каждым из их команды. Это можно изобразить таким графом:



— Наверно и этот граф как-то называется? — спросил Гуныка.

— Это *двудольный граф*. Вершины двудольного графа можно разбить на две части (*доли*) так, что каждое ребро будет соединять вершины разных долей. А если каждая вершина одной доли будет соединена с каждой вершиной второй доли, как в этом графе, то получается *полный двудольный граф*.

— Каждый малыш должен сыграть в Зеленом городе четыре партии. Если играть по две партии в день, то турнир займет два дня, — заметил Пилюлькин.

— Отлично, — сказал Знайка. — Приступаем к жеребьевке.