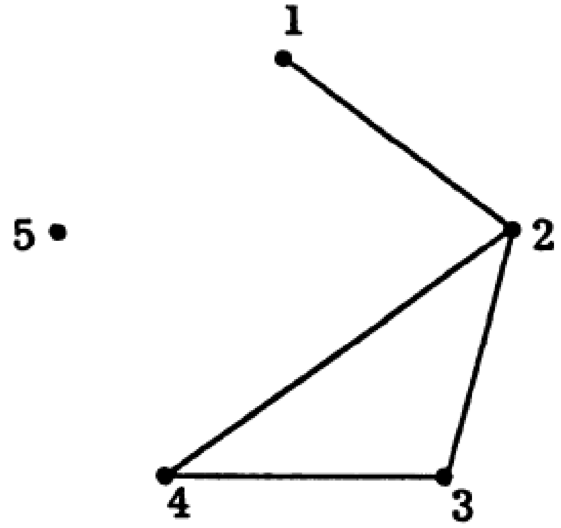
Понятие графа. Лемма о рукопожатиях

Рассмотрим любое конечное множество (совокупность, группу) каких-либо элементов, например точек, людей и т. д. Это множество будет называться *множеством вершин графа* и обозначаться VG. Каждый элемент из VG называется *вершиной графа.* Обычно вершины обозначают буквами $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ или цифрами $\{1, 2, ..., n\}$, но возможны и другие обозначения. Количество n вершин графа называется его *порядком.* Любую пару элементов из VG назовем *ребром графа,* а множество ребер обозначим EC. Таким образом, *граф — это множество вершин VG и множество некоторых пар вершин, т. е. множество ребер EC.*

Например, $VG = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $EC = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$.

Удобно изображать граф в виде рисунка, на котором вершины соответствуют точкам, а ребра — линиям, соединяющим соответствующие вершинам точки. Ранее заданный граф можно изобразить следующим образом:



Две вершины, образующие ребро, называются *смежными.* В этом случае будем говорить, что *вершины соединены ребром.* Два ребра называются *смежными,* если они имеют общую вершину.

Число ребер, выходящих из вершины v, называется *степенью вершины* и обозначается $d(u)$. Так, в нашем примере: $d(1) = 1$, $d(2) = 3$, $d(3) = 2$, $d(4) = 2$, $d(5) = 0$. Вершина степени 0 называется *изолированной,* вершина степени 1 — *висячей.*

Лемма о рукопожатиях. *Сумма степеней вершин графа равна удвоенному числу ребер.*

Следствие. В любом графе число вершин нечетной степени четное.

Два графа G и H называются *изоморфными,* если можно пронумеровать вершины каждого из них так, что если две вершины будут смежны в одном из графов, то вершины с такими же номерами будут смежны во втором. В случае изоморфизма графов пишут $G \cong H$.

На следующем рисунке представлены три изоморфных графа: