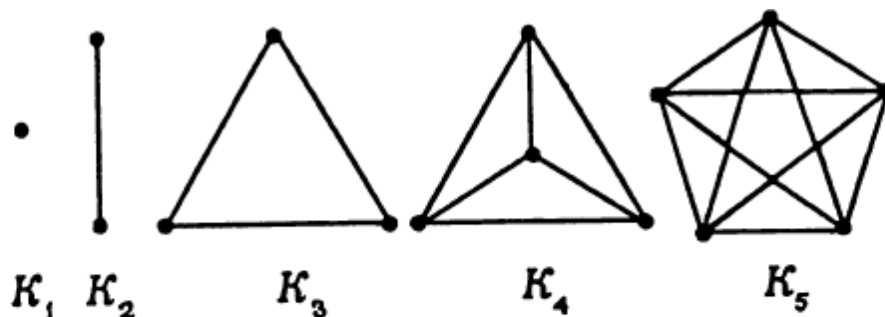
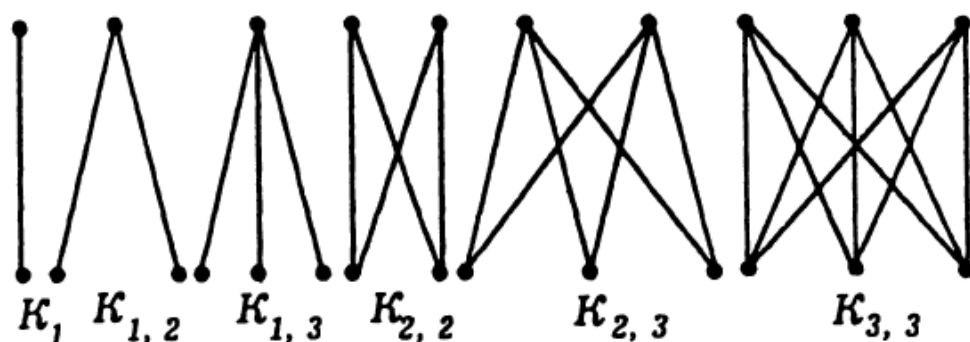


## Полный, двудольный, связный граф. Подграф

Граф называется *полным*, если любая пара его вершин соединена ребром. Полный граф с  $n$  вершинами обозначается  $K_n$ . Такой граф имеет  $n(n-1)/2$  ребер. На рисунке изображены полные графы с небольшим числом вершин.



Граф называется *двудольным*, если его вершины можно разбить на две части (*доли*) так, что каждое ребро будет соединять вершины разных частей. Двудольный граф называется *полным двудольным*, если каждая вершина одной доли соединена с каждой вершиной другой. Полный двудольный граф, доли которого состоят из  $p$  и  $q$  вершин, обозначается  $K_{p,q}$ . Он имеет  $pq$  ребер. Граф  $K_{1,q}$  называется *звездой*. На рисунке даны примеры полных двудольных графов.



Отметим, что одни и те же графы могут иметь различные обозначения. Например,  $K_2 = K_{1,1}$ .

**Теорема.** Сумма степеней вершин долей двудольного графа равны.

**Доказательство.** Пусть  $v_1, v_2, \dots, v_k$  — вершины одной доли, а  $u_1, u_2, \dots, u_p$  — вершины другой доли. Тогда из одной доли выходит  $d(v_1) + d(v_2) + \dots + d(v_k)$  ребер, а из другой —  $d(u_1) + d(u_2) + \dots + d(u_p)$  ребер. Равенство сумм следует из того, что это одни и те же ребра.

Граф называется *связным*, если от каждой его вершины можно по ребрам перейти к любой другой вершине. Если это сделать невозможно, то граф называется *несвязным*.

Говорят, что две вершины графа принадлежат одной *компоненте*, если от одной вершины можно перейти к другой по ребрам графа. Если этого сделать нельзя, то вершины принадлежат разным компонентам. Таким образом, связный граф состоит из одной компоненты, а несвязный — из нескольких.

Граф  $H$ , вершины и ребра которого принадлежат графу  $G$  называется *подграфом графа  $G$* .

На рисунке изображены граф  $G$  и два его подграфа  $H_1$  и  $H_2$ , причем  $H_2$  — несвязный граф.

